

Ejercicio resuelto 6.1

En una empresa están investigando el consumo mensual de folios por persona en dos de sus departamentos. En el Departamento 1, en el que trabajan 18 personas, 3 empleados consumen a lo sumo 50 folios, 10 consumen 100 folios o menos, 15 consumen a lo sumo 150 folios y nadie consume más de 200 folios. En el Departamento 2, en el que trabajan 12 personas, el 25 % consume de 50 a 150 folios, la mitad consume de 150 a 200 folios y el resto consume entre 200 y 250 folios. Describe la concentración del consumo de folios en ambos departamentos, ¿en qué departamento hay más desigualdad?

Solución:

El **objetivo** es describir la concentración o desigualdad en el consumo conjunto de folios en ambos departamentos. Se comenzará con los datos del Departamento 1.

Planteamiento: el experimento consiste en seleccionar personas de los Departamentos 1 y 2 (individuos) y observar el consumo mensual de papel (variable) de cada uno. Se tienen 2 poblaciones. En el Departamento 1, la población la constituyen los 18 empleados y la muestra es toda la población. De la misma forma, la población y la muestra del Departamento 2 la constituyen sus 12 empleados. La variable es cardinal, de razón y actúa como continua porque hay muchos valores distintos (agrupados) y 0 significa ausencia de consumo. Los datos se refieren a rangos de consumo con sus frecuencias (acumuladas).

Método, justificación y cálculos: para saber cómo se reparte el consumo total en primer lugar se necesita saber cuántos folios se gastan en conjunto. Eso se puede calcular utilizando la tabla de frecuencias como siempre. A partir de los datos se determinan las clases fácilmente (anotando todos los valores de rangos que se conocen) y se pueden calcular las marcas de clase x_i (los puntos medios de los intervalos). Las frecuencias n_i se calculan restando a cada valor N_i el anterior.

En la Tabla 6.1 se observa que el consumo conjunto de folios x_T (la suma de la columna $x_i n_i$) es de 1750 aproximadamente.

La proporción de consumo respecto al total de la primera clase es el cociente entre el consumo de la primera clase y el total, es decir,

$$q_1 = \frac{x_1 n_1}{x_T} = \frac{75}{1750} = 0,0429.$$

clases	x_i	N_i	n_i	$x_i n_i$	F_i
[0, 50]	25	3	3	75	0,1667
(50, 100]	75	10	7	525	0,5556
(100, 150]	125	15	5	625	0,8333
(150, 200]	175	18	3	525	1
Total	—	—	18	1750	

Tabla 6.1: Tabla de frecuencias.

Como en la primera clase hay una proporción (acumulada) de $F_1 = 0,1667$ empleados, se concluye que el 16,67 % de los empleados que menos consumen (los de la primera clase) gastan el 4,29 % de los folios.

Para que fuese un reparto completamente equitativo, el 16,66 % de los empleados deberían consumir el 16,66 % de los folios (es decir, $q_1 = F_1$). Razonando de la misma manera con la segunda clase, se tiene que la proporción de consumo respecto al total de las dos clases que menos consumen es el cociente entre el consumo de esas dos clases y el total, es decir,

$$q_2 = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2}{x_T} = \frac{75 + 525}{1750} = 0,3429.$$

Como entre las dos primeras clase hay acumulada una proporción de $F_2 = 0,5556$ empleados se concluye que el 55,56 % de la gente que menos consume utiliza el 34,29 % de los folios.

De nuevo, para que el consumo fuese equitativo, ese 55,56 % de los empleados debería consumir también el 55,56 % de los folios.

Se puede construir la tabla de desigualdad (ver Tabla 6.2).

clase	F_i	q_i
[0,50]	0,1667	0,0429
(50,100]	0,5556	0,3429
(100,150]	0,8333	0,7
(150,200]	1	1

Tabla 6.2: Tabla de la desigualdad (Departamento 1).

La información de la tabla de desigualdad se representa gráficamente mediante una curva de Lorenz (ver Figura 6.2).

En la Figura 6.2 se observa cierto grado de desigualdad (ya que hay una porción de cuadrante en gris entre la curva y la recta de igualdad), aunque lejos de la máxima.

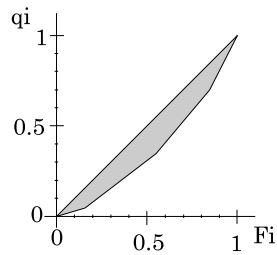


Figura 6.2: Curva de Lorenz (Departamento 1).

Además se tiene que:

$$I_G = \frac{(0,1667 - 0,0429) + (0,5556 - 0,3429) + (0,83333 - 0,7)}{0,1667 + 0,5556 + 0,8333} = 0,3020,$$

por lo que hay un 30,20 % de desigualdad.

Para terminar el ejercicio se necesitan los mismos cálculos para el Departamento 2 (ver Tabla 6.3 y Figura 6.3).

clase	x_i	f_i	n_i	$x_i n_i$	q_i	F_i
[50,150]	100	0,25	3	$100 \times 3 = 300$	$300/2025 = 0,1481$	0,25
(150,200]	175	0,50	6	$175 \times 6 = 1050$	$1350/2175 = 0,6667$	0,75
(200,250]	225	0,25	3	$225 \times 3 = 675$	$2025/2025 = 1$	1
Total	—	1	12	2025	—	—

Tabla 6.3: Tabla de la desigualdad (Departamento 2).

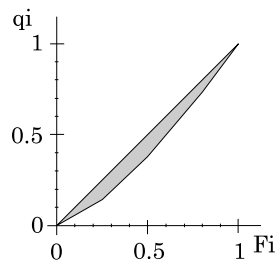


Figura 6.3: Curva de Lorenz (Departamento 2).

Visualmente parece que el área encerrada es más pequeña que la anterior, sin embargo, es necesario calcular el índice de Gini para cuantificar de una manera objetiva la diferencia:

$$I_G = \frac{(0,25 - 0,11481) + (0,75 - 0,6667)}{0,25 + 0,70} = 0,1852,$$

es decir, se tendría una desigualdad del 18,52 %, que es bastante inferior a la del Departamento 1.

Conclusión: como el índice de Gini del Departamento 1 es del 30,20 % mientras que el del Departamento 2 es del 18,52 %, en el Departamento 1 hay más desigualdad (11,68 puntos porcentuales más o, en términos relativos, aprox. un 63 % más) en el consumo de folios.