

Tema 5

Medidas de posición

Contenido

5.1. Cuantiles	1
5.1.1. Cuantiles especiales	2
5.2. Posición absoluta y relativa	2
5.2.1. Rango cuantil	2
5.2.2. Puntuaciones tipificadas	3

5.1. Cuantiles

El concepto de **cuantil** es una generalización del de mediana a cualquier proporción, es decir, un cuantil es un valor que deja cierta proporción fijada de la muestra por debajo y el resto por encima.

Matemáticamente, si α es una cantidad entre 0 y 1, el cuantil de orden α es un punto que deja el $\alpha \times 100\%$ de la muestra por debajo y el $(1 - \alpha) \times 100\%$ restante por encima. Se suele denotar por Q_α , por ejemplo, $Q_{0,1}$ es un valor que deja al 10 % de la muestra por debajo y al 90 % por encima.

El valor $Q_{0,5}$ es precisamente la mediana. El método de cálculo de los cuantiles es exactamente el mismo que el de la mediana tanto para datos aislados como agrupados, aunque sustituyendo el 0,5 buscado antes por el valor de α fijado.

En caso de disponer de datos agrupados, se pueden realizar las mismas aproximaciones que se hacían para calcular la mediana. Como el método de triángulos semejantes suele ser más exacto, será el que se utilizará en general.

5.1.1. Cuantiles especiales

Los valores que dividen la muestra ordenada en 4 grupos iguales se llaman **cuartiles**. Así, C_1 = cuartil de orden 1 es precisamente $Q_{0,25}$, C_2 es $Q_{0,5}$ (que también coincide con la mediana) y C_3 es $Q_{0,75}$.

Los valores que dividen la muestra ordenada en 10 grupos iguales se llaman **deciles**. De esta forma, D_1 = decil de orden 1 es $Q_{0,1}$, D_2 es $Q_{0,2}$, etc.

Los valores que dividen la muestra en 100 grupos iguales se llaman **percentiles**, por ejemplo P_{45} = percentil 45 es $Q_{0,45}$.

Los percentiles son los cuantiles más utilizados en las tablas demográficas y médicas para establecer comparaciones relativas de la situación de una persona en relación al resto de la población (ver Sección 5.2.1).

Por abuso de lenguaje muchas veces se llama percentil a cualquier cuantil, incluso si no coincide exactamente con una división de la muestra en 100 partes.

Problema propuesto: Problema 6.3.

5.2. Posición absoluta y relativa

En el apartado anterior el interés se centraba en calcular el valor que dejaba por debajo (o por encima) cierto porcentaje de muestra, sin embargo, muchas veces es interesante resolver el problema inverso: dado cierto valor, ¿qué porcentaje de muestra deja por debajo (o por encima)? o ¿qué orden ocupa en la muestra? Si interesa el *porcentaje*, se trata de un problema de **posición relativa**, en cambio, si interesa el *orden o número de individuos* que hay por debajo, se trata de un problema de **posición absoluta**.

En el caso de datos aislados este tipo de problemas se puede realizar simplemente contando. Para datos agrupados en cambio se suelen aplicar triángulos semejantes para aproximar. Para tener un método unificado se resolverán siempre los problemas utilizando las tablas (aunque en ocasiones puede resultar más cómodo contar a partir de los datos).

5.2.1. Rango cuantil

Los porcentajes o proporciones que se acaban de calcular suelen denominarse en Estadística rangos cuantiles o rangos percentiles. En resumen, el **rango cuantil** de un punto es la proporción de individuos de la muestra con valor menor o igual que él, es decir, la proporción acumulada hasta ese punto. Sirve para determinar la

posición relativa de ese dato en relación a toda la muestra, ya que indica el lugar que ocupa en dicha muestra y, por lo tanto, es útil para comparar la situación de distintos individuos en relación a sus muestras.

En el cálculo de los cuantiles y los rangos cuantiles sólo interviene el orden, no las magnitudes, por lo que los valores extremos no tienen mucha influencia sobre ellos. Son, por lo tanto, *medidas robustas* (ver Tema 7).

Problemas propuestos: Problemas 5.2 y 5.3.

5.2.2. Puntuaciones tipificadas

Existe otra forma de comparar la situación de los individuos en relación a su grupo que se denomina **tipificación**. El proceso de tipificar consiste en comparar, en primer lugar, el valor (o puntuación absoluta) del individuo dado con la media de su grupo o muestra: $x_i - \bar{x}$, así se sabe si está por encima o por debajo de la media (valor negativo o positivo) y cuánto (magnitud). El problema es que esa cantidad tiene unidades, por lo que no sirve para comparar y hay que relativizar.

La ‘distancia’ $x_i - \bar{x}$ se podrá considerar “grande” o “pequeña” dependiendo de lo “mucho” o lo “poco” que se separen los valores de la muestra del centro, y esto se mide a través de la desviación típica. Una idea sería entonces relativizar en relación a esa desviación típica. Se obtienen así las **puntuaciones tipificadas**:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S_x}.$$

A mayor puntuación tipificada, mejor posición relativa.

La tipificación se basa en una comparación con la media, luego será válida cuando la media sea una buena medida de centro. Por ejemplo, si hay datos muy extremos, sería mejor utilizar el rango cuantil (*medida robusta*) que la tipificación porque la media no sería buena y, por lo tanto, no tendría mucho sentido comparar respecto a ella. Sin embargo, al contrario del rango cuantil, tiene en cuenta la magnitud de los valores, no solo el orden, por lo que siempre que tenga sentido, es más informativo que el rango cuantil.

El valor de la tipificación suele variar pocas unidades alrededor de 0. Suele tomar valores entre -2 y 2, puede llegar a variar entre -4 y 4, pero si toma valores más alejados de 0, significa que se trata de un caso extremo u anómalo.

Si el valor es positivo, el individuo está por encima de la media, mientras que si es negativo está por debajo. Cuanto más próximo esté a 0, más cercano se encuentra ese individuo a la media.

Problema propuesto: Problema 5.4.