

Ejercicio resuelto 11.1

Se sabe que el índice de precios de Laspeyres de la cesta de la compra de una familia en el año 2008 base 2007 fue de 1,0645, mientras que ese mismo índice base 2003 fue de 1,23.

- a) Calcula e interpreta el índice del año 2007 base 2003.
- b) Calcula e interpreta el índice base 2007 del año 2003.

Solución:

El **objetivo del Apartado a)** es calcular el índice de precios de Laspeyres de la cesta de la compra de una familia del año 2007 base 2003.

Planteamiento: los bienes son los productos de la cesta de la compra (no se sabe cuáles son exactamente), la magnitud es el precio y los períodos involucrados son los años 2003, 2007 y 2008.

Método y justificación: se sabe que $L_{p03}^{08} = 1,23$ y $L_{p07}^{08} = 1,0645$ y se tiene que calcular L_{p03}^{07} . Como tanto la base como el período actual están relacionados con el 2003, se puede aplicar fórmulas de enlace o cambio de base.

En la Figura 11.1 se identifica como período inicial $0 = 2003$, como período intermedio $h = 2007$ y como período final $t = 2008$, luego sustituyendo, la fórmula de enlace quedaría $L_{p03}^{08} = L_{p03}^{07} \times L_{p07}^{08}$.

Como se conocen L_{p03}^{08} y L_{p07}^{08} , basta despejar para hallar L_{p03}^{07} .

Cálculos:

$$L_{p03}^{07} = \frac{L_{p03}^{08}}{L_{p07}^{08}} = \frac{1,23}{1,0645} = 1,1555.$$

Conclusión: el precio de la cesta de la compra subió, en media, un 15,55 % de 2003 a 2007 teniendo en cuenta el valor de los bienes en 2003, o bien que el gasto que se hubiese tenido en 2007 para comprar la misma cantidad de bienes que en 2003 es un 15,55 % superior al que se tuvo en 2003.

El **objetivo del Apartado b)** es calcular el índice de Laspeyres del año 2003 base 2007. El **planteamiento** es igual que en el Apartado a).

Método y justificación: se acaba de comprobar que $L_{p03}^{07} = 1,1555$, por lo se puede aplicar la fórmula de inversión para calcular L_{p07}^{03} .

Cálculos:

$$L_{p07}^{03} = \frac{1}{L_{p03}^{07}} = \frac{1}{1,1555} = 0,8654.$$

Conclusión: el gasto que se tuvo en 2003 representa el 86,54 % del que se hubiese tenido en 2007 para comprar la misma cantidad de bienes.

Ejercicio resuelto 11.2

Un mayorista ofrecía ciertos tipos de bolígrafos, lápices y rotuladores a 0,80€ en el año 2006. Durante el año 2007 subió el precio 20 céntimos en cada categoría y en el año 2008 el precio de los bolígrafos se estableció en 1,10€, mientras que el de los lápices y rotuladores fue de 0,95€. Una tienda que compra a ese mayorista le da la misma importancia a los tres tipos de objetos.

- a) Calcula los índices de precios conjuntos base 2006 que les interesa a esa tienda.
- b) ¿En cuántos puntos se incrementó el valor del índice base 2006 al pasar del año 2006 al año 2007?, ¿y del año 2007 al año 2008?
- c) ¿Cuál fue la variación relativa del valor del índice base 2006 al pasar de 2006 a 2007?, ¿y al pasar de 2007 a 2008?
- d) ¿En cuántos puntos se incrementó el valor del índice base 2006 al pasar de 2006 a 2007 a causa de cada bien?, ¿y de 2007 a 2008?
- e) ¿Cuánto supone la cantidad del apartado anterior en relación al valor inicial del índice?
- f) ¿Qué parte de la variación del índice base 2006 al pasar de 2006 a 2007 se debe a cada bien?, ¿y al pasar de 2007 a 2008?
- g) ¿En qué medida es responsable cada bien del movimiento del índice base 2006 al pasar de 2006 a 2007?, ¿y al pasar de 2007 a 2008?
- h) Una segunda tienda le da el doble de importancia a los bolígrafos que a los lápices y a los rotuladores, ¿qué cambios habría en los apartados anteriores?

Solución:

El **objetivo del Apartado a)** es calcular los índices de precios conjuntos base 2006.

Planteamiento: hay tres bienes {bolígrafos ($i = 1$), lápices ($i = 2$), rotuladores ($i = 3$)}, la magnitud de interés es el precio y los períodos son 2006 (base), 2007 y 2008 (actuales). Los tres bienes tienen la misma importancia.

Método y justificación: como los tres bienes tienen la misma importancia se puede calcular un índice media aritmética o, lo que es lo mismo, ponderada con $w_1 = w_2 = w_3 = 1$. Aunque son índices de precios, se utilizará la notación de índices general (I_0^t en vez de P_0^t) para que sirva de ejemplo general.

Cálculos: la Tabla 11.2 recoge los precios, los índices simples base 2006 y las ponderaciones.

	2006	2007	2008	$I_{06}^{06}(i)$	$I_{06}^{07}(i)$	$I_{06}^{08}(i)$	w_i
Bolígrafos	0,80	1	1,10	$\frac{0,8}{0,8} = 1$	$\frac{1}{0,8} = 1,25$	$\frac{1,10}{0,8} = 1,3750$	1
Lápices	0,80	1	0,95	$\frac{0,8}{0,8} = 1$	$\frac{1}{0,8} = 1,25$	$\frac{0,95}{0,8} = 1,1875$	1
Rotuladores	0,80	1	0,95	$\frac{0,8}{0,8} = 1$	$\frac{1}{0,8} = 1,25$	$\frac{0,95}{0,8} = 1,1875$	1

Tabla 11.2: Precios, índices simples y ponderaciones.

$$I_{06}^{06} = \overline{P}_{06}^{w06} = \frac{I_{06}^{06}(1)w_1 + I_{06}^{06}(2)w_2 + I_{06}^{06}(3)w_3}{w_1 + w_2 + w_3} = \frac{1 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 1}{1 + 1 + 1} = 1.$$

$$\begin{aligned} I_{06}^{07} &= \overline{P}_{06}^{w07} = \frac{I_{06}^{07}(1)w_1 + I_{06}^{07}(2)w_2 + I_{06}^{07}(3)w_3}{w_1 + w_2 + w_3} \\ &= \frac{1,25 \times 1 + 1,25 \times 1 + 1,25 \times 1}{1 + 1 + 1} = 1,25. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{06}^{08} &= \overline{P}_{06}^{w08} = \frac{I_{06}^{08}(1)w_1 + I_{06}^{08}(2)w_2 + I_{06}^{08}(3)w_3}{w_1 + w_2 + w_3} \\ &= \frac{1,375 \times 1 + 1,1875 \times 1 + 1,1875 \times 1}{1 + 1 + 1} = 1,25. \end{aligned}$$

Conclusión: al pasar de 2006 a 2007 hubo un incremento medio de precios del 25 %, lo mismo que al pasar de 2006 a 2008. Aunque en media los precios se mantuvieron al pasar de 2007 a 2008, algunos bienes subieron de precio mientras que otros bajaron.

El **objetivo del Apartado b)** es determinar en cuántos **puntos** aumentó el índice base 2006 al pasar de unos años a otros. El **planteamiento** es el del Apartado a).

Método y justificación: como se pide el aumento en puntos (términos absolutos), se tiene que calcular la variación absoluta.

Cálculos:

$$\Delta_{06}^{06 \rightarrow 07} = I_{06}^{07} - I_{06}^{06} = 1,25 - 1 = 0,25 \text{ puntos.}$$

$$\Delta_{06}^{07 \rightarrow 08} = I_{06}^{08} - I_{06}^{07} = 1,25 - 1,25 = 0 \text{ puntos.}$$

Conclusión: el índice de precios base 2003 aumentó su valor en 0,25 puntos (o, lo que es lo mismo, un cuarto de punto, 25 centésimas de punto, 2,5 décimas de punto o 25 puntos porcentuales) al pasar de 2006 a 2007 y, sin embargo, no presentó ninguna variación al pasar de 2007 a 2008.

El **objetivo del Apartado c)** es calcular la variación relativa de los índice base 2006. El **planteamiento** es el del Apartado a).

Método y cálculos: aplicando directamente la fórmula se tiene que

$$\% \Delta_{06}^{06 \rightarrow 07} = \frac{I_{06}^{07}}{I_{06}^{06}} = \frac{1,25}{1} = 1,25.$$

$$\% \Delta_{06}^{07 \rightarrow 08} = \frac{I_{06}^{08}}{I_{06}^{07}} = \frac{1,25}{1,25} = 1.$$

Conclusión: el índice de precios base 2006 aumentó su valor en un 25 % al pasar de 2006 a 2007 y, sin embargo, no presentó ninguna variación al pasar de 2007 a 2008. Si se hacen las interpretaciones como los índices entre 2006 y 2007 y entre 2007 y 2008 se diría que los precios aumentaron en media un 25 % en el año 2007 respecto al 2006 y se mantuvieron, también en media, de 2007 a 2008.

El **objetivo del Apartado d)** es determinar en cuántos **puntos** varió el índice base 2006 a causa de cada bien al pasar de unos períodos a otros. El **planteamiento** es el del Apartado a).

Método y justificación: hay que calcular la variación de un índice a causa de distintos bienes, es decir, las repercusiones.

Cálculos para 2007:

$$R_{06}^{06 \rightarrow 07}(\text{bolígrafos}) = \frac{(I_{06}^{07}(1) - I_{06}^{06}(1))w_1}{\sum_{i=1}^3 w_i} = \frac{(1,25 - 1) \times 1}{1 + 1 + 1} = 0,0833.$$

Análogamente, se haría el cálculo para lápices y rotuladores. Como los números (precios y ponderaciones) en este caso coinciden para los tres bienes, el resultado sería idéntico.

Conclusión para 2007: el índice base 2006 aumentó su valor en 0,0833 puntos (o lo que es lo mismo, 8,33 centésimas de punto u 8,33 puntos porcentuales) al pasar del año 2006 al año 2007 a causa de la subida de precios de cada uno de los 3 bienes. Al sumar las 3 contribuciones se obtiene (salvo problemas de redondeo) la variación absoluta del índice: $0,0833 + 0,0833 + 0,0833 = 0,2499 \simeq 0,25$ puntos.

Cálculos para 2008:

$$R_{06}^{07 \rightarrow 08}(\text{bolígrafos}) = \frac{(I_{06}^{08}(1) - I_{06}^{07}(1))w_1}{\sum_{i=1}^3 w_i} = \frac{(1,375 - 1,25) \times 1}{1 + 1 + 1} = 0,0417.$$

$$R_{06}^{07 \rightarrow 08}(\text{lápices}) = \frac{(I_{06}^{08}(2) - I_{06}^{07}(2))w_2}{\sum_{i=1}^3 w_i} = \frac{(1,1875 - 1,25) \times 1}{1 + 1 + 1} = -0,0208.$$

Conclusión para 2008: el índice base 2006 aumentó su valor en 0,0417 puntos (o lo que es lo mismo, 4,17 puntos porcentuales) al pasar del año 2007 al año 2008 a causa de la subida de precios de los bolígrafos, pero disminuyó en cambio en 0,0208 puntos (o lo que es lo mismo, 2,08 puntos porcentuales) a causa de la bajada de precios de los lápices. Idéntica conclusión se extrae para los rotuladores (ya que coinciden en todo con los lápices). Las bajadas de los lápices y los rotuladores compensaron la subida de los bolígrafos, y por eso al final el índice mantuvo su valor. Si se suman todas las repercusiones, se obtiene la variación absoluta del índice: $0,0417 - 0,0208 - 0,0208 \simeq 0$, aunque aquí se aprecia que una parte de la variación absoluta se debe a **subidas**, 0,0417, y otra parte se debe a **bajadas**, $-0,0208 - 0,0208 = -0,0417$, así que en total, hubo un **movimiento** de $0,0417 + 0,0417 = 0,0834$.

El **objetivo del Apartado e)** es determinar cuánto suponen las cantidades del Apartado d) respecto al valor inicial del índice. El **planteamiento** es el del Apartado a).

Método y justificación: la repercusión respecto al valor inicial del índice es precisamente la repercusión en porcentaje, es decir, el porcentaje de variación del valor inicial del índice a causa de cada bien.

Cálculos para 2007:

$$\%R_{06}^{06 \rightarrow 07}(\text{bolígrafos}) = \frac{R_{06}^{06 \rightarrow 07}(\text{bolígrafos})}{I_{06}^{06}} = \frac{0,0833 \text{ puntos}}{1 \text{ punto}} = 0,0833.$$

Conclusión para 2007: el índice base 2006 aumentó su valor en un 8,33 % a causa de la subida de precios de los bolígrafos. Como las repercusiones de los lápices y los rotuladores son las mismas para estos períodos, se concluye también que el índice aumentó su valor en un 8,33 % a causa de los lápices y en un 8,33 % a causa de los rotuladores. En este caso, como el valor inicial del índice era 1, la repercusión y la repercusión en porcentaje coinciden, pero no siempre es así. Se tiene que $8,33\% + 8,33\% + 8,33\% \simeq 25\%$, es decir, la suma de las repercusiones en porcentaje da la variación relativa del índice, lo que se interpreta diciendo que del 25 % que varió el índice, un 8,33 % se debió a los bolígrafos, otro 8,33 % a los lápices y otro 8,33 % a los rotuladores.

Cálculos para 2008:

$$\%R_{06}^{07 \rightarrow 08}(\text{bolígrafos}) = \frac{R_{06}^{07 \rightarrow 08}(\text{bolígrafos})}{I_{06}^{07}} = \frac{0,0417 \text{ puntos}}{1,25 \text{ puntos}} = 0,0334.$$

$$\%R_{06}^{07 \rightarrow 08}(\text{lápices}) = \frac{R_{06}^{07 \rightarrow 08}(\text{lápices})}{I_{06}^{07}} = \frac{-0,0208 \text{ puntos}}{1,25 \text{ puntos}} = -0,0166.$$

Conclusión para 2008: el índice base 2006 aumentó su valor en un 3,34 % al pasar de 2007 a 2008 a causa de los bolígrafos. Así mismo, el índice base 2006 disminuyó su valor en un 1,66 % al pasar de 2007 a 2008 a causa de los lápices. Como los números de los rotuladores coinciden con los de los lápices, también se sabe que la repercusión en porcentaje de los rotuladores es de $-1,66\%$. La repercusión en porcentaje debida a los bolígrafos se compensa con la debida a los lápices y a los rotuladores (salvo problemas de redondeo): $0,0334 - 0,0166 - 0,0166 \simeq 0$.

El **objetivo del Apartado f)** es determinar qué parte de la variación se debe a cada bien. El **planteamiento** es el del Apartado a).

Método y justificación: si es suficiente contestar a la pregunta en términos absolutos, bastaría con calcular la repercusión, ya que la repercusión informa de “cuántos puntos de la variación” se deben a cada bien (esto es, la parte absoluta que se debe a cada bien). En cambio, si se prefiere contestar en términos relativos, hay dos opciones: se puede decir qué parte de la variación relativa se debe a cada bien (repercusión en porcentaje) o la porción de “tarta” que le corresponde a cada bien (participación). Ya se tienen las repercusiones y las repercusiones en porcentaje. Ahora se calcularán también las participaciones.

Cálculos para 2007:

$$P_{06}^{06 \rightarrow 07}(\text{bolígrafos}) = \frac{R_{06}^{06 \rightarrow 07}(\text{bolígrafos})}{\Delta_{06}^{06 \rightarrow 07}} = \frac{0,0833}{0,25} = 0,3332.$$

Conclusión para 2007: el 33,32 % de la variación del índice base 2006 al pasar de 2006 a 2007 se debe a los bolígrafos. Como las repercusiones de los lápices y de los rotuladores coinciden, al aplicar la fórmula de la participación en la variación se obtiene lo mismo: el 33,32 % se debería a los lápices y el 33,32 % a los rotuladores. Se suma la proporción de variación que se debe a cada bien, se obtiene (salvo problemas de redondeo) el total:

$$0,3332 + 0,3332 + 0,3332 \simeq 1.$$

Si se intenta ahora calcular la participación de cada bien en la variación del índice base 2006 al pasar de 2007 a 2008 surge un problema: la variación total del índice fue de 0, por lo que no se puede calcular proporciones con respecto a la variación (no se puede dividir por 0). Se puede concluir simplemente que como no hubo variación, no hubo participaciones en esa variación. Sin embargo, aunque no hubo variación en conjunto, sí que hubo una subida (debida a los bolígrafos) compensada por una bajada (debida a los rotuladores), y puede ser también interesante ver qué proporción de la subida/bajada o movimiento general se debe a cada bien.

El **objetivo del Apartado g)** es cuantificar la responsabilidad de cada bien en el movimiento del índice. El **planteamiento** es el del Apartado a).

Método y justificación: se necesita la proporción de movimiento que se debe a cada bien, por lo que se calculará la participación en el movimiento general del índice de cada bien.

Cálculos: al pasar del año 2006 al año 2007, sólo hubo subidas, luego la variación coincide con el movimiento general y por tanto la participación en la variación coincide con la participación en el movimiento general. Sin embargo, al pasar de 2007 a 2008 hubo una variación de 0, una subida de 0,0417, una bajada de $-0,0417$ que hace un movimiento general de 0,0834 (ver Apartado d)), luego se tendría que:

$$P_{06}^{\uparrow 07 \rightarrow 08}(\text{bolígrafos}) = \frac{R_{06}^{07 \rightarrow 08} \text{bolígrafos}}{M_{06}^{07 \rightarrow 08}} = \frac{0,0417}{0,0834} = 0,5.$$

$$P_{06}^{\uparrow 07 \rightarrow 08}(\text{lápices}) = \frac{R_{06}^{07 \rightarrow 08} \text{lápices}}{M_{06}^{07 \rightarrow 08}} = \frac{-0,0208}{0,0834} = -0,2494.$$

$$P_{06}^{\uparrow 07 \rightarrow 08}(\text{rotuladores}) = \frac{R_{06}^{07 \rightarrow 08} \text{rotuladores}}{M_{06}^{07 \rightarrow 08}} = \frac{0,0208}{0,0834} = -0,2494.$$

Conclusión: el 50 % del movimiento general debe a los bolígrafos. Al ser un valor positivo, esa parte del movimiento es una subida, mientras que el otro 50 % se reparte entre lápices y rotuladores (aproximadamente un 25 % cada uno), pero en este caso, al ser números negativos, esa parte de movimiento se corresponde con bajadas. Si se suman las distintas participaciones sin el signo, da aproximadamente la unidad.

Problema propuesto: Apartado h).

Ejercicio resuelto 11.3

Una persona se gastó 530€ en las compras de navidades del año 2006 y en las del año 2007 se gastó 540€, sabiendo que el IPC base 2004 de diciembre de 2006 fue de 106,5 y el de diciembre de 2007 fue de 111, compara el gasto de esa persona en ambos años.

Solución:

El **objetivo** es comparar el gasto en las compras de navidades de esa persona en ambos años.

Planteamiento: los bienes son las compras de navidades, la magnitud es el precio y los períodos involucrados son los años 2006 y 2007.

Método, justificación y cálculos: para poder comparar el **valor real** de las cantidades de los 2 años, se tiene que eliminar la influencia de la subida generalizada de precios, es decir, es necesario deflactar.

Escribiendo los índices en términos de proporciones (lo que suele ser conveniente en este tipo de problemas), se observa que la variación relativa entre diciembre de ambos años fue $1,11/1,065 = 1,042$, lo que significa que en diciembre de 2007 habría que gastar un 4,2% más que en diciembre de 2006 para comprar los mismos bienes. Es decir, que 1,042€ en diciembre de 2007 comprarían lo mismo que 1€ en diciembre de 2006.

Cálculos: se puede plantear una regla de tres: si 1,042€ en el año 2007 son equivalentes a 1€ en el año 2006, los 540€ serán equivalentes a x , con lo que quedaría que $x = 540/1,042 = 518,23€$.

Conclusión: los 540€ del año 2007 tendrían el poder adquisitivo de 518,23€ el año 2006. Esto significa que si se compara la inversión real (en “euros de 2006”) sería de 530€ frente a 518,23€, luego gastó más en el año 2007, aunque el poder adquisitivo que tuvo ese gasto fue menor.