

PROBLEMA 6

En la figura se representa una viga continua de dos vanos de 5 m y 4 m respectivamente con su extremo izquierdo empotrado y su extremo derecho apoyado. Teniendo en cuenta que las cargas que deberá de soportar la viga son una carga uniforme en toda su longitud $g_k=10\text{ kN/m}$ y un momento puntual antihorario de 100 kNm aplicado en el extremo derecho, ambas cargas de carácter permanente, además de una carga puntual centrada en el primer vano de carácter variable $Q_k=150\text{ kN}$, se pide indicar si un perfil IPE330 en acero S355 sería suficiente para las siguientes situaciones de arriostramientos transversales sobre la viga:

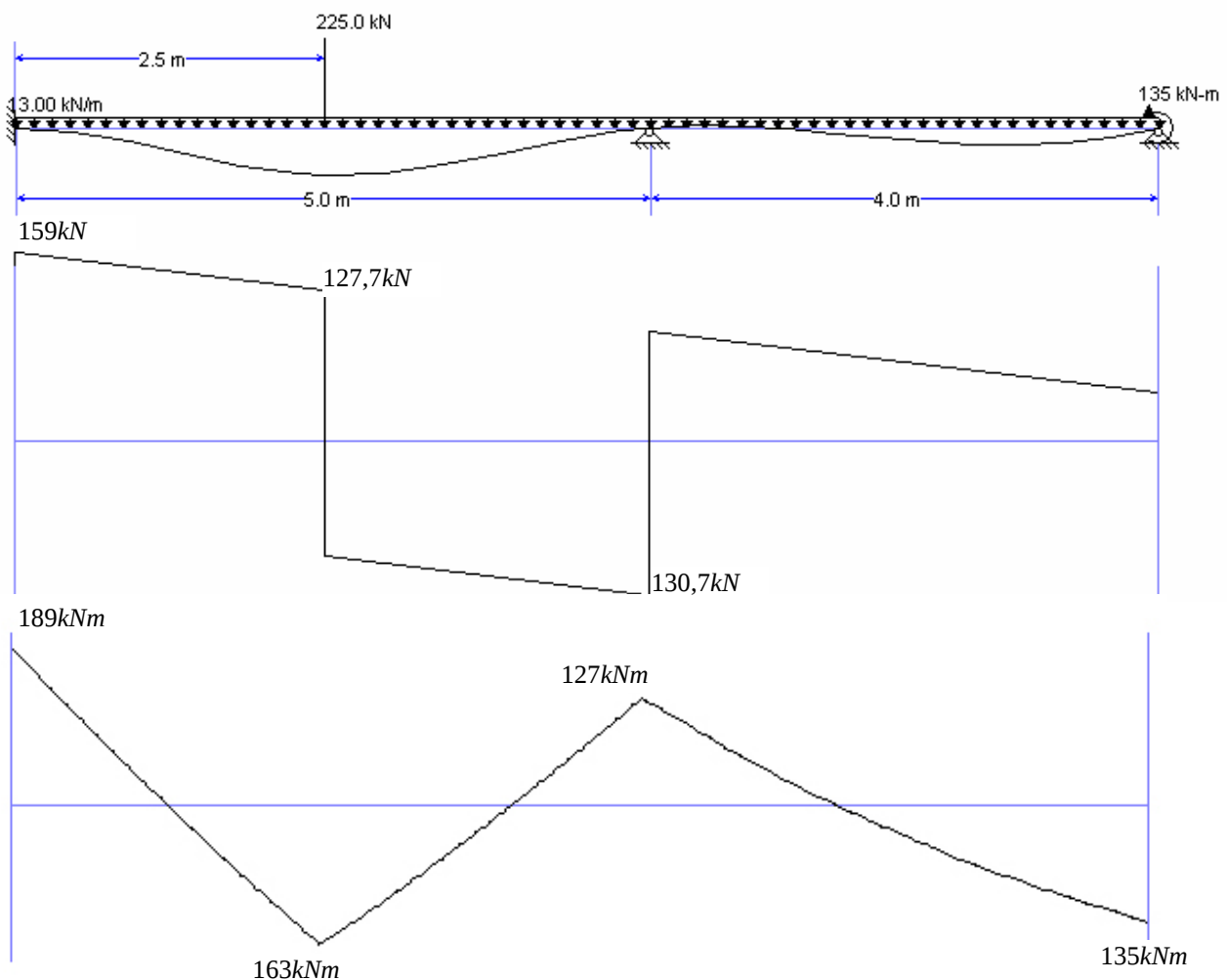
- 1º) No hay más puntos de arriostramientos que las secciones de apoyo y empotramiento.
- 2º) Se incluye un punto de arriostramiento adicional en la sección central del primer vano.

En caso de que el perfil propuesto no fuera suficiente indicar que tipo de medida se podría adoptar.

Otros datos:

En el ELU de pandeo lateral tómnese la expresión simplificada del CTE para determinar el M_{cri} .

Coefficientes del CTE: $\gamma_G=1,35$; $\gamma_Q=1,5$; $\gamma_{M0}=1,05$; $\gamma_{M1}=1,05$



SOLUCIÓN

1º) Esfuerzos sobre la pieza

En primer lugar hay que obtener las acciones ponderadas teniendo en cuenta su origen.

$$g_d = g_k \cdot \gamma_G = 10 \text{ kN/m} \cdot 1,35 = 13,5 \text{ kN/m}$$

$$M_d = M_k \cdot \gamma_G = 100 \text{ kNm} \cdot 1,35 = 135 \text{ kNm}$$

$$Q_d = Q_k \cdot \gamma_Q = 150 \text{ kN} \cdot 1,5 = 225 \text{ kN}$$

A continuación se obtienen los diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores. En la figura se indican los valores máximos y otros valores significativos.

2º) ELU de agotamiento resistente

Se calculará el esfuerzo cortante resistente de la sección para ver si es preciso tener en cuenta la interacción flector+cortante. El perfil dado IPE330 presenta un área de cortante $A_v = 30,81 \text{ cm}^2$.

$$V_{pl,Rd} = A_{vz} \cdot \frac{(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = 3081 \text{ mm}^2 \cdot \frac{355 \text{ N/mm}^2}{1,05 \cdot \sqrt{3}} = 601,4 \text{ kN} \gg V_{sd \max} = 159 \text{ kN}$$

El cortante máximo ronda el 25% de $V_{pl,Rd}$ por lo que resulta despreciable. Esto significa que la comprobación del ELU por agotamiento resistente se puede llevar a cabo teniendo en cuenta sólo el momento flector presente en la sección de máxima sollicitación. Al tratarse de una sección de clase 1, la resistencia de cálculo a flexión de la sección ($M_{c,Rd}$) se puede tomar como el momento resistente plástico de cálculo de la sección bruta dado por:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{804300 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,05} = 271,93 \text{ kNm} > M_{sd} = 189 \text{ kNm}$$

Esto confirma que el perfil IPE330 es aceptable desde el punto de vista de agotamiento resistente.

3º) ELU por pandeo lateral

El momento resistente al pandeo lateral ($M_{b,Rd}$) de la viga se obtiene a partir de la resistencia plástica de la sección multiplicada por el coeficiente de reducción por pandeo lateral χ_{LT} .

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{siendo } \beta_w = 1 \text{ por tratarse de sección de Clase 1}$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot 271,93 \text{ kNm}$$

χ_{LT} depende de λ_{LT} que representa la esbeltez adimensional definida como $\sqrt{M_{pl,Rd} / M_{cr}}$,

El CTE admite que el momento crítico de pandeo lateral se pueda obtener a partir de la ecuación:

$$M_{cr} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2}$$

M_{LTv} que representa la resistencia por torsión uniforme se puede obtener a partir de:

$$M_{LTv} = C_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}$$

A la vista del diagrama de momentos y teniendo en cuenta que en la situación inicial no hay ningún arriostramiento intermedio el coeficiente C_1 más adecuado parece el correspondiente a una viga biempotrada con carga puntual centrada ($C_1=1,565$) y para una longitud $L=5m$. De modo que M_{LTv}

$$M_{LTv} = C_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t} = 190,75 kNm$$

Por su parte M_{LTw} que representa la resistencia por torsión no uniforme se podrá obtener a partir de

$$M_{LTw} = W_{el,y} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{L^2} \cdot C_1 \cdot i_{f,z}^2$$

$W_{el,y}$ Módulo resistente elástico según el eje fuerte = $713,1 \text{ cm}^3$

$i_{f,z}$ Radio de giro, con respecto al eje débil, de la zona comprimida (ala +tercio del alma).

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_f + \frac{1}{3} A_{w,c}}} = 42,5 mm$$

donde

$I_{f,z}$ Momento de inercia del ala comprimida reducida respecto del eje débil = $3935736 mm^4$

A_f Área del ala comprimida = $160 mm \cdot 11,5 mm = 1840 mm^2$

$A_{w,c}$ Área de la parte comprimida del alma = $\frac{d \cdot t_w}{2} = \frac{271 mm \cdot 7,5 mm}{2} = 1016 mm^2$

Por tanto la componente M_{LTw} y el momento crítico valdrán:

$$M_{LTw} = W_{el,y} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{L^2} \cdot C_1 \cdot i_{f,z}^2 = 167,1 kNm$$

$$M_{cr} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2} = 253,6 kNm$$

A partir del momento crítico se tiene la esbeltez normalizada λ_{LT}

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl,Rd}}{M_{cri}}} = 1,04$$

El coeficiente χ_{LT} se obtiene de la curva de pandeo “b” sabiendo que $\alpha_{LT}=0,34$:

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 1,18; \quad \chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \left[\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]^{0,5}} = 0,57$$

Por último el momento de agotamiento por pandeo lateral resulta:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot 271,93kNm = 0,57 \cdot 271,93 = 155kNm < M_{sd} = 189kNm$$

Por tanto el perfil propuesto sería insuficiente frente al pandeo lateral.

En el caso de introducir un arriostramiento transversal en la sección de aplicación de la carga puntual se da la circunstancia de tener que analizar a pandeo lateral dos tramos:

***Tramo 1** correspondiente a los 2,5m de longitud entre el empotramiento y la sección central del vano. Teniendo en cuenta que hay una inversión de momentos desde -189kNm hasta +163kNm parece adecuado tomar un coeficiente de momentos $C_1=2,73$. Esto conduce a unos momentos:

$$M_{LTv} = 665,48kNm; \quad M_{LTw} = 1166,2kNm; \quad M_{cr} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2} = 1342,7kNm$$

La esbeltez, el coeficiente de reducción y el momento de agotamiento por pandeo valen aquí:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl,Rd}}{M_{cri}}} = 0,45; \quad \chi_{LT} = 0,91;$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot 271,93kNm = 0,91 \cdot 271,93 = 246,29kNm > M_{sd} = 189kNm$$

Lo que indica que no habria problemas con el perfil propuesto.

***Tramo 2** correspondiente a los 4m de longitud correspondientes al segundo vano en donde no existe ningún arriostramiento intermedio. De nuevo hay una inversión de momentos desde -127kNm hasta +135kNm por lo que parece adecuado tomar un coeficiente de momentos $C_1=2,75$. Los momentos debidos a la torsión uniforme y no uniforme y el correspondiente momento crítico valen:

$$M_{LTv} = 418,97kNm; \quad M_{LTw} = 458,9kNm; \quad M_{cr} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2} = 621,4kNm$$

La esbeltez, el coeficiente de reducción y el momento de agotamiento por pandeo son ahora:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl,Rd}}{M_{cri}}} = 0,66; \quad \chi_{LT} = 0,80;$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot 271,93kNm = 0,8 \cdot 271,93 = 218,9kNm > M_{sd} = 135kNm$$

De nuevo este resultado demuestra que el perfil IPE330 propuesto sería válido.