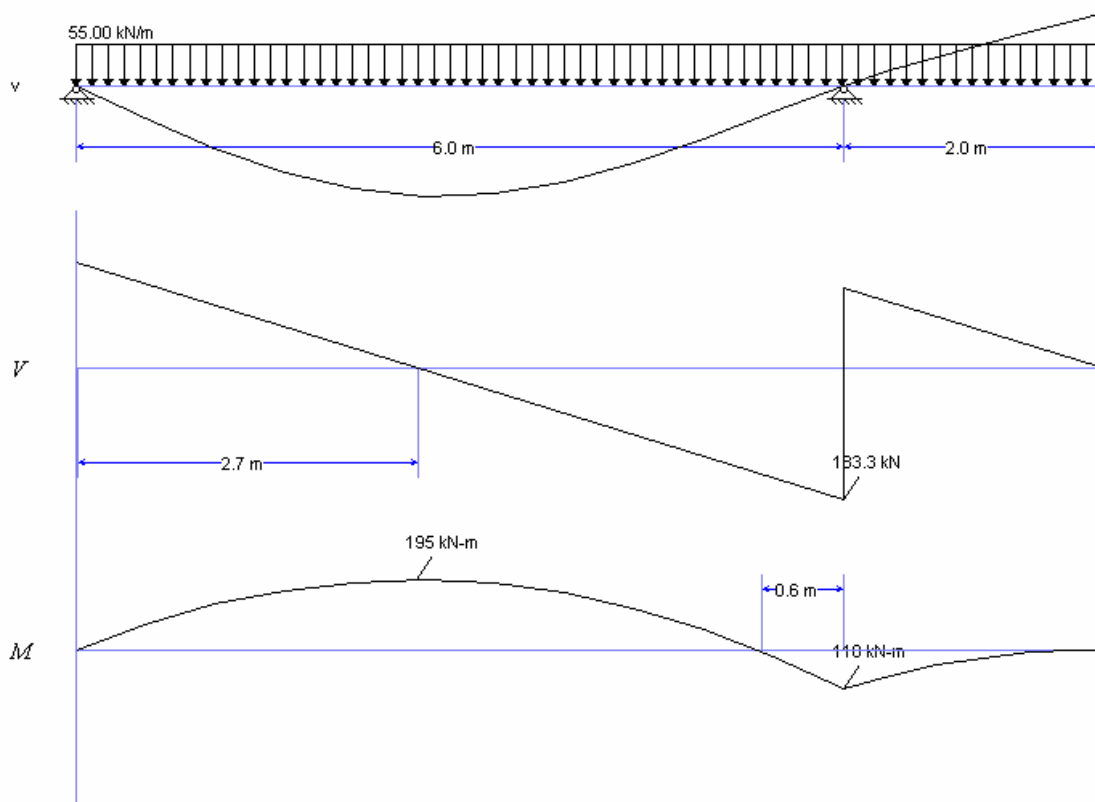


PROBLEMA N°5

Dada la viga de la figura sometida a una carga uniformemente repartida de cálculo $q_d=55\text{kN/m}$, determinar el perfil más idóneo de la serie IPE en un acero S355, teniendo en cuenta que no hay más arriostramiento transversal que las secciones de los apoyos.



SOLUCIÓN:

1º) E.L.U. de agotamiento por flexión

A la vista de los diagramas de esfuerzos mostrados en las figuras, se pone de manifiesto que el máximo momento flector que debe soportar la viga se produce en el vano a una distancia de $2,7\text{m}$ del apoyo izquierdo y su valor es de 195kNm . En dicha sección el cortante es nulo por lo que no procede hablar en ella de interacción flector+cortante.

No obstante se va a obtener la resistencia plástica a cortante en la sección de máximo cortante (apoyo interior) por si este esfuerzo pudiera ser de consideración.

Después de unos tanteos iniciales se propone trabajar con un perfil IPE400 que presenta un área de cortante $A_{vz}=4269mm^2$. La resistencia plástica a cortante para esta sección es:

$$V_{pl,Rd} = A_{vz} \cdot \frac{(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{MO}} = 4269mm^2 \cdot \frac{(355N/mm^2) / \sqrt{3}}{1} = 875kN \gg V_{sdmas} = 183,3kN$$

El cortante máximo no alcanza ni el 25% de $V_{pl,Rd}$ por lo que resulta despreciable.

A continuación se calcula el momento flector resistente teniendo en cuenta que estamos ante una sección de Clase 1 por lo que se tomará el módulo resistente plástico de la sección IPE400 ($W_{pl}=1307000mm^3$).

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1307000mm^3 \cdot 355N/mm^2}{1,0} = 464kN \gg M_{sd} = 195kNm$$

Resulta evidente que frente al ELU de agotamiento resistente el perfil IPE400 tiene un margen más que suficiente. Sin embargo antes de proponer rebajarlo se va a proceder a verificar el ELU de pandeo lateral que podría ser considerablemente más exigente.

2º) E.L.U. por pandeo lateral

La resistencia de cálculo al pandeo lateral ($M_{b,Rd}$) de una viga sin arriostramiento lateral viene dada como la resistencia plástica de la sección multiplicada por el coeficiente de reducción por pandeo lateral χ_{LT} .

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{siendo} \quad \beta_w = \begin{cases} 1 & \text{Clases 1 y 2} \\ W_{el} / W_{pl} & \text{Clase 3} \\ W_{eff} / W_{pl} & \text{Clase 4} \end{cases}$$

El coeficiente χ_{LT} se obtiene de las curvas de pandeo o de modo analítico a partir de $\bar{\lambda}_{LT}$ que representa la esbeltez adimensional definida como $\sqrt{M_{pl,Rd} / M_{cr}}$,

PIEZAS SOMETIDAS A FLEXIÓN

Por su parte el momento crítico se determina a partir de la expresión siguiente que incluye el coeficiente C_1 para tener en cuenta la forma del diagrama de momentos.

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{EI_z GI_t} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}}$$

donde:

I_z : Momento de inercia respecto del eje débil = 1318 cm^4

I_T : Módulo de torsión = $51,08 \text{ cm}^4$

L : Longitud del tramo considerado entre puntos de coacción lateral = 6 m

E : Módulo de elasticidad longitudinal = 210000 N/mm^2

G : Módulo de elasticidad transversal, $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 80769 \text{ N/mm}^2$

I_w : Módulo de alabeo de la sección, que para una sección en I (IPE400) vale:

$$I_w = \frac{I_z \cdot (h - t_f)^2}{4} = \frac{1318 \text{ cm}^4 \cdot (40 \text{ cm} - 1,35 \text{ cm})^2}{4} = 492214 \text{ cm}^6$$

C_1 : Coeficiente que tiene en cuenta la distribución de momentos en el tramo.

En la tabla de coeficientes C_1 se comprueba que no hay ningún caso que represente exactamente la situación dada, por lo que se deberá adoptar un valor que se aproxime. En este sentido se va a tomar $C_1=1,21$ que es el valor medio entre el correspondiente a una viga biapoyada ($C_1=1,132$) y el de una viga biempotrada ($C_1=1,285$).

Conocidas ya todas las variables podemos evaluar el momento crítico M_{cr} :

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{EI_z GI_t} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} = 278,06 \text{ kNm}$$

Una vez calculado el momento crítico se obtiene la esbeltez reducida $\bar{\lambda}_{LT}$ dada por:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\beta_w \cdot f_y \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 1307 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{278,06 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}} = 1,29$$

De modo que el coeficiente de reducción χ_{LT} se obtiene ahora a partir de:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{1/2}}$$

siendo

$$\phi_{LT} = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0.5 \cdot \left[1 + 0.34(1.29 - 0.2) + 1.29^2 \right] = 1.517$$

α_{LT} es el denominado coeficiente de imperfección que para perfil laminado con $h/b > 2$ le corresponde la curva de pandeo b y por tanto $\alpha_{LT} = 0.34$.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{1/2}} = \frac{1}{1.517 + [1.517^2 - 1.29^2]^{1/2}} = 0.43$$

y finalmente el momento resistente de pandeo lateral

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0.43 \cdot 1 \cdot \frac{1307 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1.0} = 199.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Resulta un valor ligeramente superior al momento máximo ($M_{Sd} = 195 \text{ kN}\cdot\text{m}$) lo que indica que la sección elegida IPE400 efectivamente verifica el ELU de pandeo lateral.

3º) Planteamiento simplificado del CTE-AE

Se admite que el momento crítico de pandeo lateral se determine a partir de la ecuación:

$$M_{cr} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2}$$

M_{LTv} componente de M_{cr} que representa la resistencia por torsión uniforme.

M_{LTw} componente de M_{cr} que representa la resistencia por torsión no uniforme.

El valor de M_{LTv} se puede obtener a partir de la expresión:

$$M_{LTv} = C_1 \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t} = 214.14 \text{ kNm}$$

PIEZAS SOMETIDAS A FLEXIÓN

La componente M_{LTW} se podrá determinar a partir de

$$M_{LTW} = W_{el,y} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{L^2} \cdot C_1 \cdot i_{f,z}^2$$

$W_{el,y}$ Módulo resistente elástico según el eje fuerte = 1156 cm^4

$i_{f,z}$ Radio de giro, con respecto al eje débil, del ala comprimida y la tercera parte de la zona comprimida del alma, adyacente al ala comprimida.

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_f + \frac{1}{3}A_{w,c}}}$$

donde

$I_{f,z}$ Momento de inercia del ala comprimida reducida respecto del eje débil.

$$I_{f,z} = \frac{I_z - I_{wz}}{2} = \frac{1318 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 - \frac{331 \text{ mm} \cdot (8,6 \text{ mm})^3}{12}}{2} = 6581227,7 \text{ mm}^4$$

A_f Área del ala comprimida = $180 \text{ mm} \cdot 13,5 \text{ mm} = 2430 \text{ mm}^2$

$A_{w,c}$ Área de la parte comprimida del alma = $\frac{d \cdot t_w}{2} = \frac{331 \text{ mm} \cdot 8,6 \text{ mm}}{2} = 1423,3 \text{ mm}^2$

Por tanto el radio de giro con respecto al eje débil, del ala comprimida $i_{f,z}$ resulta:

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_f + \frac{1}{3}A_{w,c}}} = \sqrt{\frac{6581227,7 \text{ mm}^4}{2430 \text{ mm}^2 + \frac{1423,3 \text{ mm}^2}{3}}} = 47,6 \text{ mm}$$

Así se tiene que M_{LTW} y finalmente el momento crítico valen:

$$M_{LTW} = W_{el,y} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{L^2} \cdot C_1 \cdot i_{f,z}^2 = 1156 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{(6000 \text{ mm})^2} \cdot 1,21 \cdot (47,6 \text{ mm})^2 = 182,46 \text{ kNm}$$

$$M_{cr} = \sqrt{M_{LTW}^2 + M_{LTV}^2} = \sqrt{(214,14 \text{ kNm})^2 + (182,46 \text{ mm})^2} = 281,3 \text{ kNm}$$

PIEZAS SOMETIDAS A FLEXIÓN

El resultado es prácticamente coincidente con calculado previamente y conduce a unos coeficientes intermedios y valor final del momento de agotamiento por pandeo:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{\beta_w \cdot f_y \cdot W_{pl,y} / \gamma_{M0}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 1307 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 / 1,05}{281,3 \cdot 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}}} = 1,25$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[1 + 0,34(1,25 - 0,2) + 1,25^2 \right] = 1,46$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{1/2}} = \frac{1}{1,46 + [1,46^2 - 1,25^2]^{1/2}} = 0,45$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,45 \cdot 1 \cdot \frac{1307 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{1,05} = 198,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{b,Rd} = 198,8 \text{ kNm} > M_{sd} = 195 \text{ kNm}$$