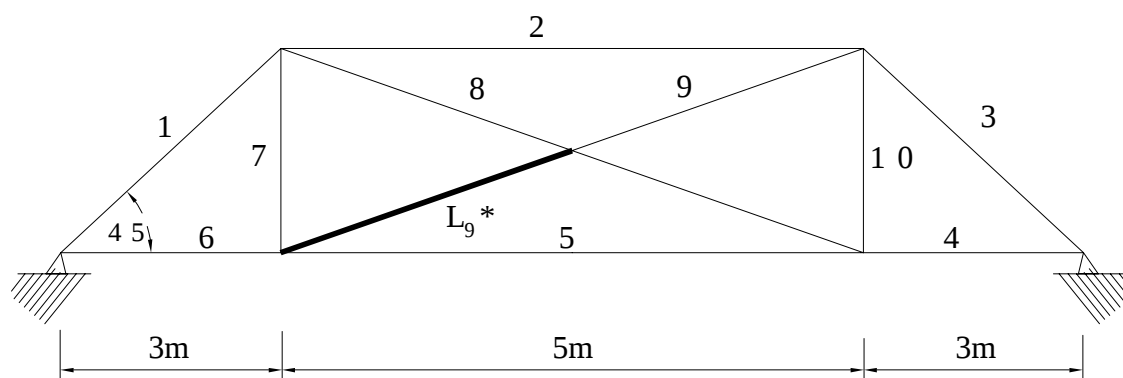


PROBLEMA N°7

Cálculo de longitudes de pandeo y esbelteces mecánicas de diferentes tipos de piezas de directriz recta sometidas a compresión:

a) Barras de estructura triangulada

Calcular las longitudes de pandeo de las barras que constituyen la estructura de nudos articulados de la figura. Supóngase que hay condiciones de unión en el plano de la estructura entre las barras 8 y 9, y que sus esfuerzos axiales son: $N_9 = -8$ t, $N_8 = 6$ t.



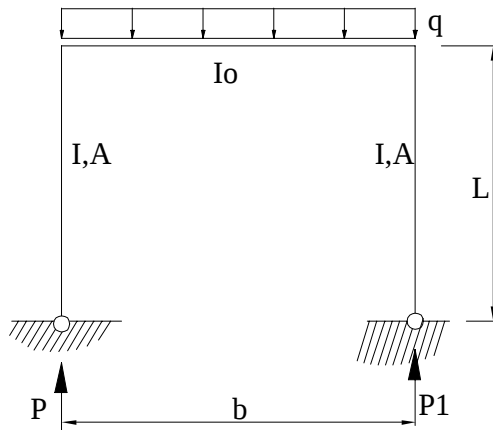
SOLUCIÓN:

La tabla 3.2.4.2 de EA-95 da los coeficientes β para barras de estructuras trianguladas. Si tenemos en cuenta que la longitud de pandeo es $L_k = L \cdot \beta$ podemos confeccionar el cuadro:

BARRA N°	LONGITUD REAL	COEFICIENTES (β)		LONGITUD DE PANDEO L_k (metros)	
		PLANO	PLANO PERPEND.	PLANO	PLANO PERPEND.
1	$3\sqrt{2}$	1	1	$3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$
2-5	5	1	1	5	5
3	$3\sqrt{2}$	1	1	$3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$
4-6	3	1	1	3	3
7-10	3	0,8	1	2,4	3
9	$\sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$	$\beta = 0,8$ pero $L_9 = \frac{\sqrt{34}}{2} = \sqrt{8,5}$	$\sqrt{1 - 0,75 \cdot \frac{N_8 \cdot L_9}{N_9 \cdot L_8}}$ $\beta = 0,661$	$0,8\sqrt{8,5} = 2,33$	$0,66\sqrt{34} = 3,85$

b) Soportes de estructuras porticadas de una altura

b-1) Pórtico simple



Calcular la longitud de pandeo de un soporte correspondiente al pórtico biarticulado de la figura suponiendo los datos siguientes:

$$I = I_0 = 5690 \text{ cm}^4$$

$$A = 80 \text{ cm}^2$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$b = 12 \text{ m}$$

$$P = 15 \text{ t}$$

$$P_1 = 8 \text{ t}$$

SOLUCIÓN:

$$\beta = \sqrt{0,5 \cdot (1 + m)} \cdot \sqrt{4 + 1,4 \cdot (c + 6 \cdot s) + 0,02 \cdot (c + 6 \cdot s)^2}$$

$$m = \frac{P_1}{P} = \frac{8}{15} = 0,53 < 1$$

$$c = \frac{I \cdot b}{I_0 \cdot L} = \frac{5690 \cdot 12}{5690 \cdot 10} = 1,2 < 10$$

$$s = \frac{4 \cdot I}{b^2 \cdot A} = \frac{4 \cdot 5690}{1200^2 \cdot 80} = 1,9 \cdot 10^{-4} < 0,2$$

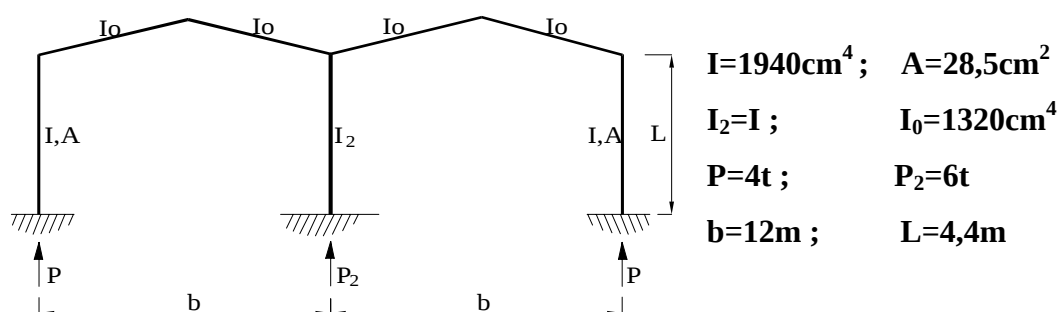
$$\beta = \sqrt{0,5 \cdot (1 + 0,53)} \cdot \sqrt{4 + 1,4 \cdot (1,2 + 6 \cdot 1,9 \cdot 10^{-4}) + 0,02 \cdot (1,2 + 6 \cdot 1,9 \cdot 10^{-4})^2}$$

$$\beta = 2,09$$

$$L_K = L \cdot \beta = 10 \cdot 2,09 = 20,9 \text{ m.}$$

b-2) Pórticos adosados

Calcular la longitud de pandeo de los soportes de la estructura doblemente porticada de la figura, suponiendo los datos siguientes:



SOLUCIÓN:

En tabla 3.2.4.3 Caso 2a de la EA-95 tenemos

* Coeficientes adimensionales:

$$p = \frac{P_2}{P} = \frac{6}{4} = 1,5; \quad c = \frac{I \cdot b}{I_0 \cdot L} = \frac{1940 \cdot 12}{1320 \cdot 4,4} = 4 < 10; \quad t = \frac{I_2}{I} = 1$$

$$s = \frac{4 \cdot I}{b^2 \cdot A} = \frac{4 \cdot 1940}{1200^2 \cdot 28,5} = 1,85 \cdot 10^{-4} < 0,2; \quad C_n = c + \frac{9}{4} \cdot s = 4 + \frac{9}{4} \cdot 1,89 \cdot 10^{-4} = 4$$

* Soportes extremos.

$$\beta = \frac{1 + 0,4 \cdot C_n}{1 + 0,2 \cdot C_n} \cdot \sqrt{\frac{2+p}{2+t}} = \frac{1 + 0,4 \cdot 4}{1 + 0,2 \cdot 4} \cdot \sqrt{\frac{2+1,5}{2+1}} = 1,56$$

$$L_K = \beta \cdot L = 1,56 \cdot 4,4 = 6,86 \text{ m}$$

* Soporte intermedio.

$$\beta = \frac{1 + 0,4 \cdot C_n}{1 + 0,2 \cdot C_n} \cdot \sqrt{\frac{2+p}{2+t}} \cdot \sqrt{\frac{t}{p}} = 1,27$$

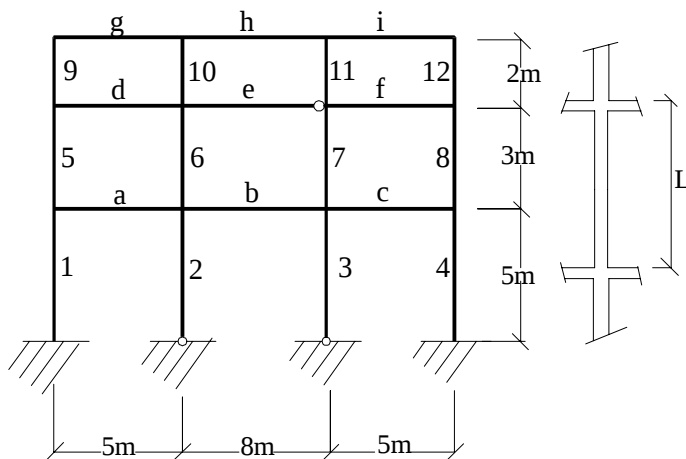
$$L_K = \beta \cdot L = 1,27 \cdot 4,4 = 5,59 \text{ m}$$

c) Pilares de edificios.

Calcular las longitudes de pandeo de los pilares N°2 y N°7 del edificio de la figura a partir de los datos que se acompañan y suponiendo:

1°) Existen recuadros arriostrados.

2°) No hay recuadros arriostrados.



DATOS:

$$I_2 = I_3 = 70000 \text{ cm}^4$$

$$I_6 = I_7 = 48000 \text{ cm}^4$$

$$I_{10} = I_{11} = 30000 \text{ cm}^4$$

$$I_a = I_c = 30000 \text{ cm}^4$$

$$I_b = 45000 \text{ cm}^4$$

$$I_d = I_f = 24000 \text{ cm}^4$$

$$I_e = 30000 \text{ cm}^4$$

SOLUCIÓN:

$$K = (\text{grado de empotramiento de un pilar en el plano del pórtico}) = \frac{\frac{I_v}{L_v} + \frac{I_w}{L_w}}{\frac{I}{L} + \frac{I_p}{L_p} + \frac{I_v}{L_v} + \frac{I_w}{L_w}}$$

I, L = Momento de Inercia y Longitud del Pilar en cuestión

I_p, L_p = Momento de Inercia y Longitud del Pilar adyacente en el nudo

I_v, L_v = Momento de Inercia y Longitud de la Viga Izquierda, si esta unida rígidamente

I_w, L_w = Momento de Inercia y Longitud de la Viga Derecha, si esta unida rígidamente

- $K=1$, Si el pilar se empotra en la cimentación.

- $K=0$, Si la unión del extremo considerado al nudo no es rígida ó si en la cimentación se enlaza con una rótula.

PILAR N°2:

* Grado de empotramiento en el nudo superior:

$$K_{2,2} = \frac{\frac{I_a}{L_a} + \frac{I_b}{L_b}}{\frac{I_2}{L_2} + \frac{I_6}{L_6} + \frac{I_a}{L_a} + \frac{I_b}{L_b}} = \frac{\frac{30000}{500} + \frac{45000}{800}}{\frac{70000}{500} + \frac{48000}{300} + \frac{30000}{500} + \frac{45000}{800}} = 0,279$$

* Grado de empotramiento en el nudo inferior:

$$K_{1,2} = 0, \text{ (por estar articulado a la cimentación)}$$

Entrando en tablas 3.2.4.4 A y 3.2.4.4 B de EA-95 tenemos:

-Recuadros arriostrados (tabla 3.2.4.4 A):

$$\beta = 0,936 \rightarrow L_k = 5 \cdot 0,936 = 4,68\text{m}$$

-Recuadros sin arriostrar (tabla 3.2.4.4 B):

$$\beta = 2,87 \rightarrow L_k = 5 \cdot 2,87 = 14,35\text{m}$$

PILAR N° 7

* Grado de empotramiento en el nudo inferior:

$$K_{1,7} = \frac{\frac{I_b}{L_b} + \frac{I_c}{L_c}}{\frac{I_7}{L_7} + \frac{I_3}{L_3} + \frac{I_b}{L_b} + \frac{I_c}{L_c}} = \frac{\frac{45000}{800} + \frac{30000}{500}}{\frac{48000}{300} + \frac{70000}{500} + \frac{45000}{800} + \frac{30000}{500}} = 0,279$$

* Grado de empotramiento en el nudo superior:

PIEZAS A COMPRESIÓN

$$K_{2,7} = \frac{0 + \frac{I_f}{L_f}}{\frac{I_7}{L_7} + \frac{I_{11}}{L_{11}} + 0 + \frac{I_f}{L_f}} = \frac{\frac{24000}{500}}{\frac{48000}{300} + \frac{30000}{200} + \frac{24000}{500}} = 0,13$$

Entrando en tablas 3.2.4.4 A y 3.2.4.4 B de EA-95 tenemos:

-Recuadros arriostrados (tabla 3.2.4.4 A):

$$K_1 = 0,279; \quad K_2 = 0,13$$

$$\beta = 0,91 \rightarrow L_K = 3 \cdot 0,91 = 2,73\text{m}$$

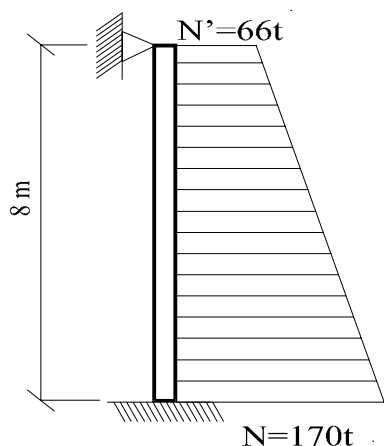
- Recuadros sin arriostrar (tabla 3.2.4.4 B):

$$K_1 = 0,279; \quad K_2 = 0,13$$

$$\beta = 2,19 \rightarrow L_K = 3 \cdot 2,19 = 6,57\text{m}$$

d) Piezas de sección constante sometidas a compresión variable.

Calcular la longitud de pandeo para el soporte con un extremo empotrado y el otro articulado, sometido a la carga de compresión linealmente variable que se indica.



Suponer que se trata de la parte inferior de un pilar de una nave, tal que a la altura de la cabeza de esta parte del pilar esté situada la viga carril que inmoviliza dicho extremo y por ello lo consideramos como una articulación.

SOLUCIÓN:

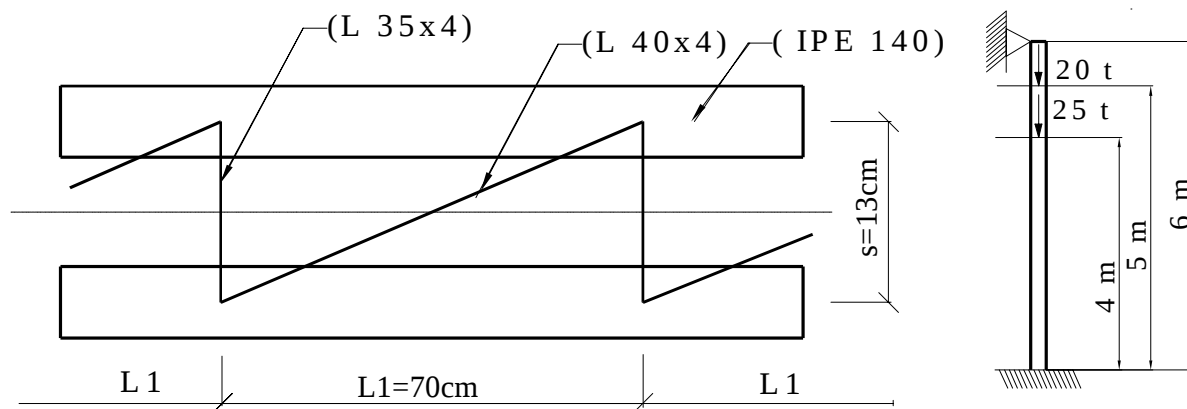
Según la tabla 3.2.4.5: $C=1,65$; $K=5,42$

así tenemos:

$$\beta = \sqrt{\frac{1 + C \cdot \frac{N'}{N}}{K}} = \sqrt{\frac{1 + 1,65 \cdot \frac{66}{170}}{5,42}} = 0,55 \rightarrow L_K = 0,55 \cdot 8 = 4,4 \text{ m}$$

e) Cálculo de esbelteces de piezas compuestas.

Calcular las esbelteces mecánicas respecto a los dos planos del perfil compuesto de 6m que se muestra en la figura. Suponer el pilar empotrado-articulado y sometido a dos cargas centradas de 25t y 20t, aplicadas a los 4 y 5m del empotramiento.



SOLUCIÓN:

Vamos a obtener primeramente la longitud de pandeo de la pieza (tabla 3.2.4.6 EA95)

$$\frac{L_1}{L} = \frac{2}{6} = 0,3\hat{3} \rightarrow \beta_1^2 = 0,225; \quad \alpha_1 = \frac{25}{20+25} = 0,5\hat{5}$$

$$\frac{L_1}{L} = \frac{1}{6} = 0,1\hat{6} \rightarrow \beta_2^2 = 0,317; \quad \alpha_2 = \frac{20}{45} = 0,4\hat{4}$$

$$\beta = \sqrt{\alpha_1 \cdot \beta_1^2 + \alpha_2 \cdot \beta_2^2} = \sqrt{0,5\hat{5} \cdot 0,225 + 0,4\hat{4} \cdot 0,317} = 0,515$$

de donde la longitud de pandeo será: $L_k = \beta \cdot L = 0,515 \cdot 6 = 3,09\text{m}$

* Datos del perfil IPE 140:

$$A=16,4\text{cm}^2, \quad I_x=541\text{cm}^4, \quad I_y=44,9\text{cm}^4, \quad i_x=5,74\text{cm}, \quad i_y=1,65\text{cm}$$

* Esbelteces.

La esbeltez para el pandeo en el plano perpendicular al eje x (eje material) será:

$$\lambda_x = \frac{L_k}{i} = \frac{3,09\text{m}}{i_x} = \frac{309\text{cm}}{5,47\text{cm}} = 53,83$$

La esbeltez mecánica ideal en el plano perpendicular al eje de inercia libre vale:

$$\lambda_i = \sqrt{\left(\frac{L_k}{i_y}\right)^2 + \frac{m}{2} \cdot (\lambda_1)^2}$$

siendo:

$m=(n^{\circ} \text{ de perfiles simples})=2$

$L_k=(\text{longitud de pandeo})=3,09\text{m}$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2(44,9 + 16,4 \cdot (13/2)^2)}{2 \cdot 16,4}} = 6,7\text{cm}$$

$$\lambda_1(\text{montantes y diagonales}) = \pi \cdot \sqrt{\frac{A}{n \cdot L_1 \cdot s^2} \cdot \left(\frac{d^3}{A_D} + \frac{s^3}{A_M} \right)}$$

$A=\text{Área de la sección bruta de los cordones} = 16,4 \cdot 2 = 32,8\text{cm}^2$

$L_1=\text{Máxima luz parcial del cordón} = 70\text{cm}$

$s=\text{Separación entre ejes de cordones} = 13\text{cm}$

$n=n^{\circ} \text{ de planos de presillas iguales} = 2$

$d=\text{longitud de una diagonal} = \sqrt{13^2 + 70^2} = 71,19\text{cm}$

$A_D=\text{Sección bruta de una diagonal}=(L40.4) = 3,08\text{cm}^2$

$A_M=\text{Sección bruta de un montante}=(L35.4) = 2,67\text{cm}^2$

así se tiene que λ_1 vale:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{32,8 \text{ cm}^2}{2 \cdot 70 \text{ cm} \cdot (13 \text{ cm})^2} \cdot \left(\frac{(71,19 \text{ cm})^3}{3,08 \text{ cm}^2} + \frac{(13 \text{ cm})^3}{2,67 \text{ cm}^2} \right)} = 40,17$$

de modo que la esbeltez ideal vale:

$$\lambda_i = \sqrt{\left(\frac{309 \text{ cm}}{6,7 \text{ cm}} \right)^2 + \frac{2}{2} \cdot (40,17)^2} = 61,16$$