

PROBLEMA N°1**Estabilidad al desplazamiento lateral**

La estructura considerada es un pórtico no arriostrado de un edificio de dos plantas con las dimensiones y datos que se dan en la figura. El espaciamiento entre pórticos del edificio es $s=10m$. Todas las uniones se consideran y diseñan como rígidas tal como se muestra en la figura. Otros datos del pórtico:

Columnas exteriores HEA 200 S355

Momento de inercia $I_y = 3692 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Columnas interiores HEA 220 S355

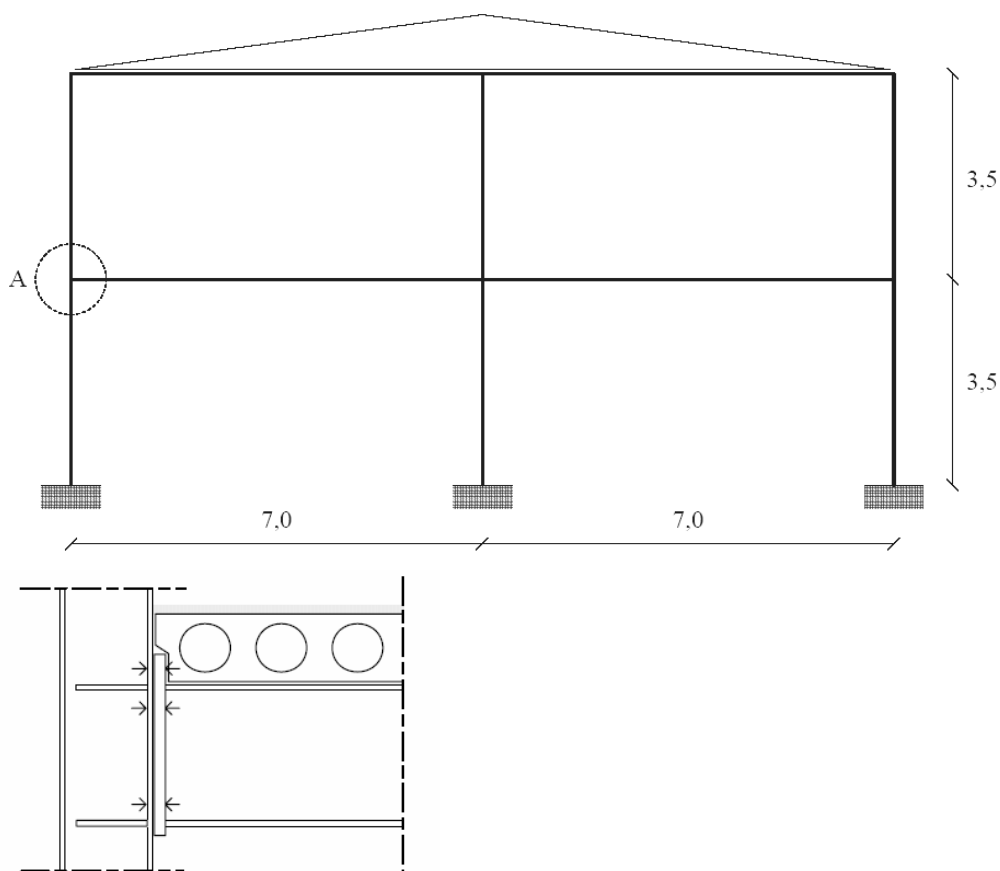
Momento de inercia $I_y = 5410 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Vigas superiores IPE 400 S355

Momento de inercia $I_y = 23130 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Vigas inferiores IPE 450 S355

Momento de Inercia $I_y = 33740 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$



Cargas:

Se consideran las siguientes cargas actuando sobre la estructura.

Cargas permanentes:

Losa	$g_{\text{slab}} = 4,0 \text{ kN/m}^2$
Acabados del forjado	$g_{\text{ffin}} = 0,8 \text{ kN/m}^2$
Acero	$g_s = 0,3 \text{ kN/m}^2$
Tabiquería	$g_w = 0,5 \text{ kN/m}^2$
Falso techo	$g_{\text{sc}} = 0,2 \text{ kN/m}^2$
Instalaciones	$g_I = 0,2 \text{ kN/m}^2$
Techo y aislamiento	$g_{\text{roof}} = 0,4 \text{ kN/m}^2$

Sobrecargas:

Sobrecarga interior	$q = 2,5 \text{ kN/m}^2$
Nieve	$q_{\text{snow}} = 1,0 \text{ kN/m}^2$
Viento, barlovento	$q_{\text{wind1}} = 0,5 \cdot 0,75 = 0,375 \text{ kN/m}^2$
Viento, sotavento	$q_{\text{wind2}} = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2 \text{ kN/m}^2$

Coefficientes de carga:

- $\gamma_G = 1,35$ (cargas permanentes)
- $\gamma_Q = 1,5$ (cargas variables)
- $\psi_0 = 0,7$ (sobrecarga y carga de nieve)

SOLUCIÓN

Cargas de diseño:

Las cargas de diseño se calculan considerando la carga de viento como carga principal.

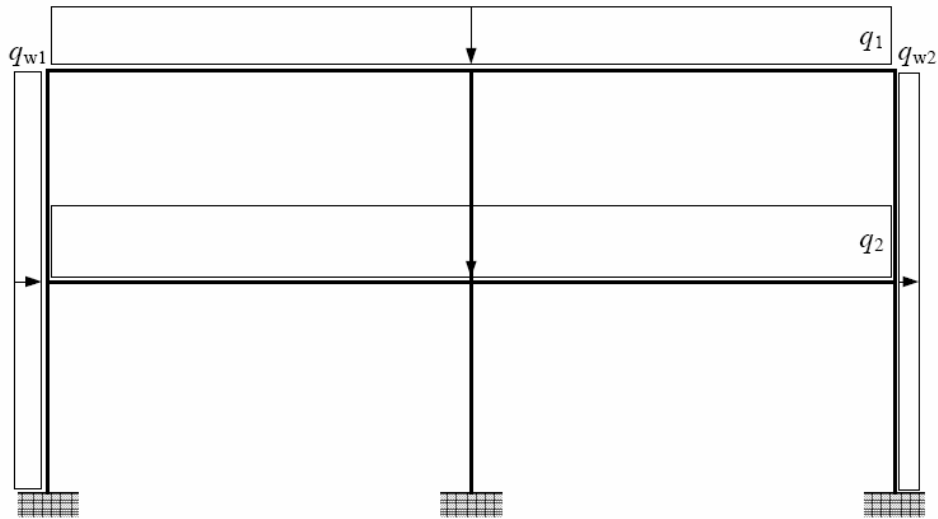
$$q_1 = (\gamma_G \cdot (g_{\text{roof}} + g_{\text{slab}} + g_s + g_I + g_{\text{sc}}) + \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot q_{\text{snow}}) \cdot s = 82,1 \text{ kN/m}$$

$$q_2 = (\gamma_G \cdot (g_{\text{ffin}} + g_w + g_{\text{slab}} + g_s + g_I + g_{\text{sc}}) + \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot q) \cdot s = 107,3 \text{ kN/m}$$

$$q_{w1} = 1,5 \cdot q_{\text{wind1}} \cdot s = 5,6 \text{ kN/m}$$

$$q_{w2} = 1,5 \cdot q_{\text{wind2}} \cdot s = 3,0 \text{ kN/m}$$

En la siguiente figura se muestra la estructura con las cargas de diseño.



Primeramente se verifica si es necesario tener en cuenta o no las imperfecciones laterales globales. Para poder despreciarlas se deberá cumplir $H_{Ed} \geq 0,15V_{Ed}$

$$H_{Ed} \geq 0,15 \cdot V_{Ed}$$

$$H_{Ed} = (q_{w1} + q_{w2}) \cdot h = (5,6 + 3,0) \cdot 7 = 60,2 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = (q_1 + q_2) \cdot L = (82,1 + 107,3) \cdot 14 = 2651,6 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = 60,2 < 0,15 \cdot 2651,6 = 398 = 0,15 \cdot V_{Ed}$$

No se pueden por tanto despreciar las imperfecciones laterales globales.

El siguiente paso será calcular éstas imperfecciones iniciales ϕ a partir de ϕ_0 , α_h y α_m

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

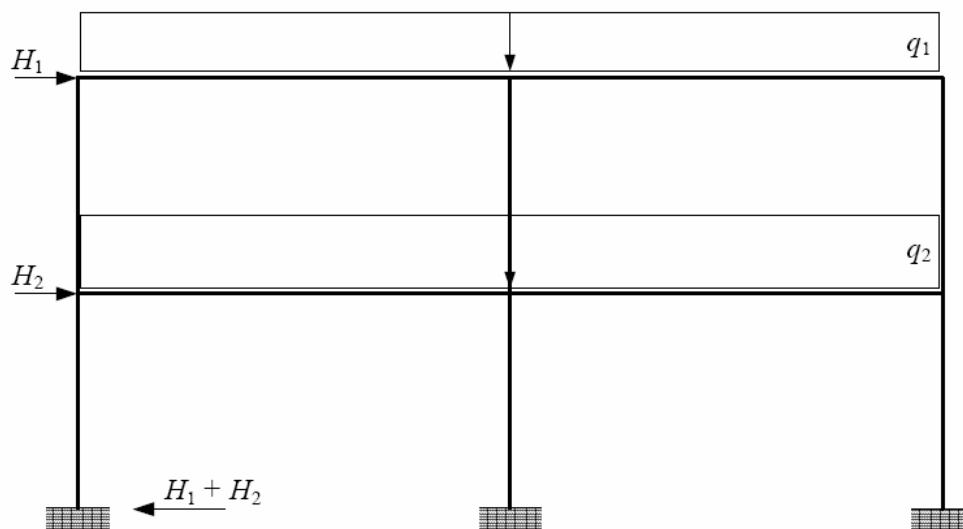
$$\phi_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{donde } h \text{ es la altura de la estructura en m}$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad \text{donde } m \text{ es el número de columnas en una fila}$$

$$\phi = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{\sqrt{7,0}} \cdot \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 3,09 \cdot 10^{-3}$$

Conocidas las imperfecciones se calculan las fuerzas horizontales equivalentes H_1 y H_2



$$H_1 = \phi \cdot q_1 \cdot L = 3,09 \cdot 10^{-3} \cdot 82,1 \cdot 14 = 3,55 \text{ kN}$$

$$H_2 = \phi \cdot q_2 \cdot L = 3,09 \cdot 10^{-3} \cdot 107,3 \cdot 14 = 4,64 \text{ kN}$$

A continuación se va a determinar la sensibilidad al desplazamiento lateral (traslacionalidad) a partir del coeficiente α_{cr} . Los efectos debidos a la traslacionalidad se pueden despreciar, si se satisface la siguiente condición:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad (\text{Análisis elástico}); \quad \alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad (\text{Análisis plástico})$$

El factor de amplificación α_{cr} se obtiene de modo simplificado para cada planta a partir de:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

siendo:

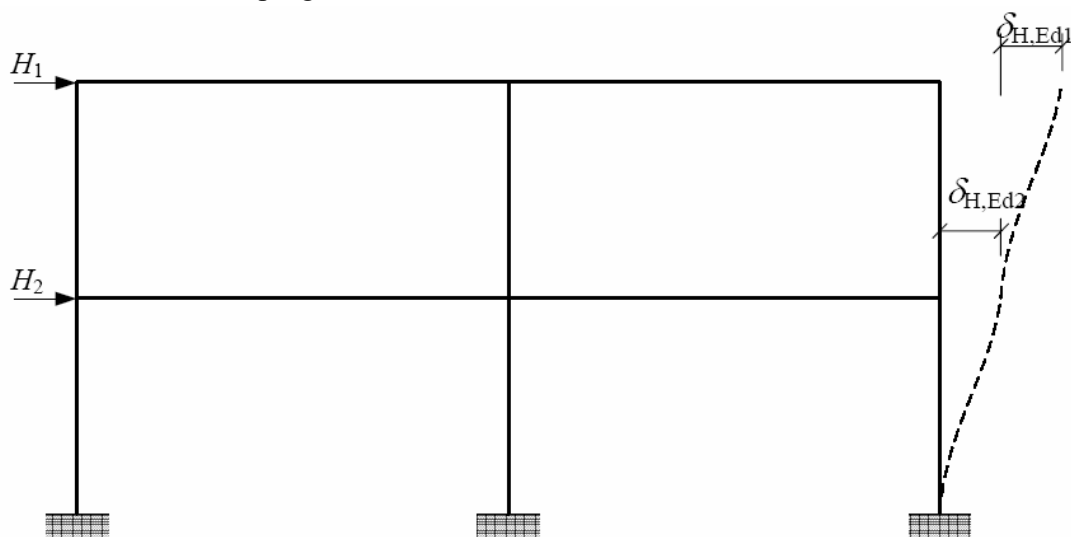
H_{Ed} Fuerza horizontal total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de cargas horizontales por encima de ese nivel, incluyendo efectos de imperfecciones.

V_{Ed} Fuerza vertical total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de cargas verticales por encima de ese nivel.

h Altura de la planta considerada.

$\delta_{H,Ed}$ Desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta, bajo la acción de las cargas y de las acciones equivalentes de las imperfecciones.

Se calculan los desplazamientos en cada planta $\delta_{H,Ed1}$ y $\delta_{H,Ed2}$ debidos a la carga horizontal equivalente mediante un programa de análisis estructural.



$$\delta_{H,Ed1} = 0,69 \text{ mm}$$

$$\delta_{H,Ed2} = 1,23 \text{ mm}$$

Carga vertical total en las dos plantas:

$$V_{Ed1} = q_1 \cdot L = 82,1 \cdot 14 = 1149,4 \text{ kN}$$

$$V_{Ed2} = q_2 \cdot L = 107,3 \cdot 14 = 1502,2 \text{ kN}$$

α_{cr} para la planta superior:

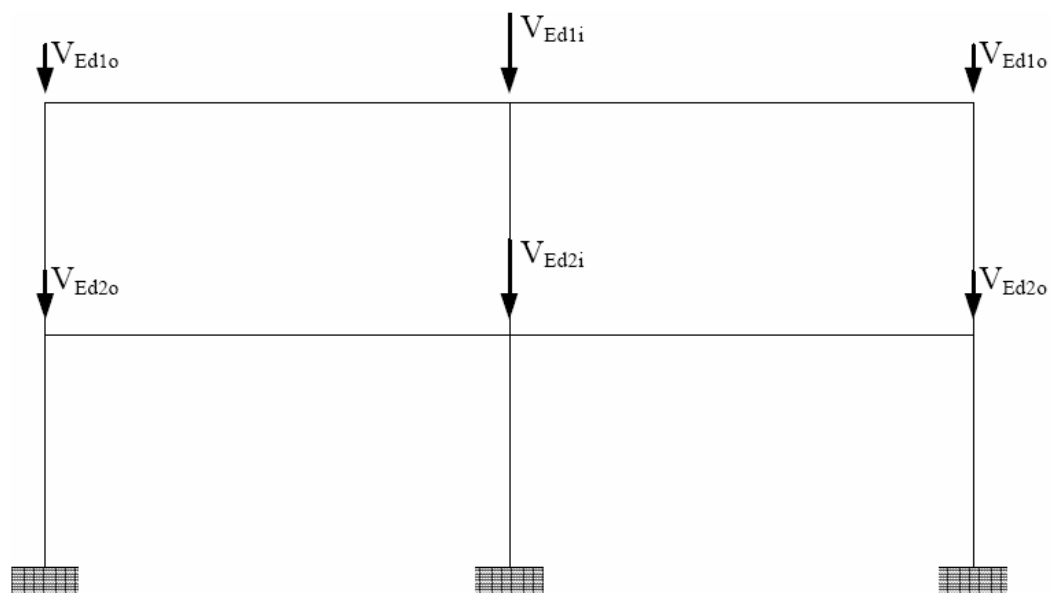
$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_1}{V_{Ed1}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed1}} \right) = \left(\frac{3,55}{1149,4} \right) \left(\frac{3500}{0,69} \right) = 15,66 > 10$$

α_{cr} para la planta inferior:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_1 + H_2}{V_{Ed1} + V_{Ed2}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed2}} \right) = \left(\frac{3,55 + 4,64}{1149,4 + 1502,2} \right) \left(\frac{3500}{1,23} \right) = 8,79 < 10$$

Por lo tanto, para este pórtico, no se pueden despreciar los efectos debidos al desplazamiento lateral.

La segunda alternativa es utilizar un programa de elementos finitos para determinar α_{cr} . Sólo en este caso, las cargas verticales se consideran como si estuvieran concentradas en las uniones del pórtico, tal como se muestra en la siguiente figura.



Se puede determinar α_{cr} directamente mediante un análisis por pandeo $\alpha_{cr}=7,51 < 10$. Por tanto, se trata de una estructura traslacional y no se pueden despreciar sus efectos.

Seguidamente se estudiará la necesidad de tener en cuenta o no las imperfecciones a nivel de elemento individual. Estas imperfecciones en arco deben considerarse cuando se presentan las dos condiciones siguientes:

- por lo menos una de las uniones, en uno de los extremos del elemento, debe tener capacidad de resistencia a momento flector y
- $\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$

donde,

N_{Ed} es el valor de diseño de la fuerza de compresión y

$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$ es la esbeltez adimensional en el plano, calculada para el elemento considerándolo como articulado en sus extremos

Las condiciones pueden reformularse de la siguiente manera:

$$\sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$$

$$N_{Ed} > 0,25 \cdot N_{cr}$$

Para las columnas - asumiendo que están articuladas en ambos extremos - las cargas de pandeo son:

Columnas exteriores, HEA 200

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 3692 \cdot 10^4}{3500^2} = 6247 \text{ kN}$$

Columnas interiores, HEA 220

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 5410 \cdot 10^4}{3500^2} = 9153 \text{ kN}$$

Los elementos que soportan la mayor fuerza normal son la columna exterior en su parte inferior y la columna central.

La fuerza en la parte inferior de la columna exterior, según un análisis de primer orden es

$$N_{Ed} = 568 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 568 \text{ kN} < 1562 \text{ kN} = 0,25 \cdot N_{cr}$$

La fuerza normal en la parte inferior de la columna interior, según un análisis de primer orden es:

$$N_{Ed} = 1533 \text{ kN}$$

$$N_{Ed} = 1533 \text{ kN} < 2288 \text{ kN} = 0,25 \cdot N_{cr}$$

Si en estos dos elementos no se presenta la condición crítica, es de esperar que tampoco se presente en los demás elementos y por consiguiente, pueden obviarse las imperfecciones por curvatura.

Finalmente se va a seleccionar el método para tener en cuenta los efectos causados por el desplazamiento lateral (la traslacionalidad de la estructura).

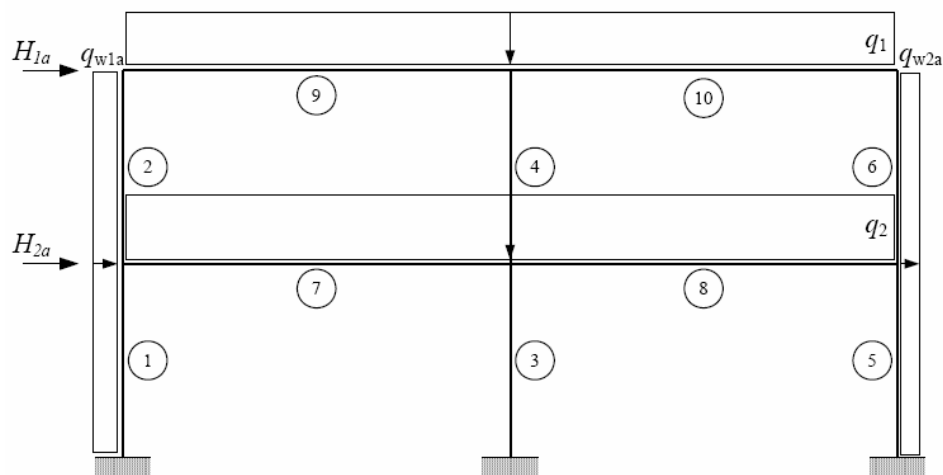
Los efectos de segundo orden debidos al desplazamiento lateral pueden calcularse mediante las teorías de primer orden si las cargas horizontales, como las de viento por ejemplo, y las cargas horizontales equivalentes, se incrementan por el factor:

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \right)$$

Siempre que se cumpla que $\alpha_{cr} \geq 3,0$.

Tenemos $\alpha_{cr}=7,51$ por lo que efectivamente podrá utilizarse este método de amplificación de los esfuerzos a partir de análisis de primer orden.

En el análisis de primer orden, se deben considerar las siguientes fuerzas:



Los números representan la numeración de los elementos.

Donde las fuerzas horizontales indicadas con a se incrementan por el factor

$$\frac{1}{1 - 1/\alpha_{cr}} = \frac{1}{1 - 1/7,51} = 1,15$$

$$H_{1a} = 1,15 \cdot 3,55 = 4,08 \text{ kN}$$

$$H_{2a} = 1,15 \cdot 4,64 = 5,34 \text{ kN}$$

$$q_{w1a} = 1,15 \cdot 5,6 = 6,44 \text{ kN/m}$$

$$q_{w2a} = 1,15 \cdot 3,0 = 3,45 \text{ kN/m}$$

La tabla recoge los esfuerzos finales para los elementos. En las vigas el primer valor corresponde al extremo izquierdo y el segundo al extremo derecho.

Elemento	N_{Ed} [kN]	V_{Ed} [kN]	M_{Ed} [kNm]
1	546,9	0,95	21,6
2	238,3	42,9	65,4
3	1533,1	26,9	26,9
4	668,4	9,6	9,6
5	570,9	50,8	38,7
6	242,7	72,0	59,9
7	16,0	308,6	442,1
8	33,3	422,5	328,2
9	69,5	238,3	336,4
10	59,9	332,0	242,7