

3. Utilizar el metodo de Gauss para encontrar los valores de  $\alpha$  para los cuales

$$q(x, y, z) = 2x^2 + \alpha y^2 + 2z^2 + 2xz + 2yz$$

es un cuadrado escalar.

#### SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} q(x, y, z) &= 2x^2 + \alpha y^2 + 2z^2 + 2xz + 2yz = 2(x^2 + xz) + \alpha y^2 + 2z^2 + 2yz = \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}z\right)^2 - \frac{1}{2}z^2 + \alpha y^2 + 2z^2 + 2yz = \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}z\right)^2 + \alpha y^2 + 2yz + \frac{3}{2}z^2 \stackrel{\alpha \neq 0}{=} 2\left(x + \frac{1}{2}z\right)^2 + \alpha \left(y^2 + \frac{2}{\alpha}yz\right) + \frac{3}{2}z^2 \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}z\right)^2 + \alpha \left(y + \frac{1}{\alpha}z\right)^2 - \frac{1}{\alpha}z^2 + \frac{3}{2}z^2 = \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}z\right)^2 + \alpha \left(y + \frac{1}{\alpha}z\right)^2 + \frac{3\alpha - 2}{2\alpha}z^2 \end{aligned}$$

entonces, para que  $q$  sea un cuadrado escalar, debe cumplirse que

$$\alpha > 0 \quad \text{y} \quad 3\alpha > 2$$

o bien

$$\alpha > \frac{2}{3}$$