

# Tema 6

## Optimización

1. Aproximar el mínimo de la función  $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ . Utilizar el punto (1,1) como punto inicial.
  - a) Utilizar el método del gradiente. Realizar dos iteraciones.  
(sol:  $(x_1, y_1) = (-1/9, 4/9)$ ,  $(x_2, y_2) = (2/27, 2/27)$ )
  - b) Utilizar el método de Newton. Realizar una iteración.  
(sol:  $(x_1, y_1) = (0, 0)$ )
2. Usando el método del gradiente, aproximar el mínimo de la función  $f(x, y) = \ln(1 + 2x^2 + y^2)$ . Utilizar el punto (-1,1) como punto inicial. Realizar dos iteraciones.  
(sol:  $(x_1, y_1) = (1/9, 4/9)$ ,  $(x_2, y_2) = (-2/27, 2/27)$ )
3. Aproximar el mínimo de la función  $f(x, y) = e^{1+2x^2+y^2}$ . Utilizar el punto (1,1) como punto inicial utilizando el método de Newton. Realizar dos iteraciones.  
(sol:  $(x_1, y_1) = (6/7, 6/7)$ ,  $(x_2, y_2) = (1296/1855, 1296/1855) = (0,698652, 0,698652)$ )
4. Maximizar la función  $f(x, y) = 2x + 2y$  con las restricciones
$$\begin{aligned}2x + y &\leq 14 \\x + 3y &\leq 17 \\x, y &\geq 0\end{aligned}$$
(sol:  $Max = 18$ ,  $x = 5$ ,  $y = 4$ )
5. Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea desea ofertar, a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos:  $T$  (turista) y  $P$  (primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo  $T$  es de 30 euros, mientras que la ganancia del tipo  $P$  es de 40 euros. El número de plazas tipo  $T$  no puede exceder de 4500 y el del tipo  $P$ , 1000. Calcular cuántas tienen que ofertarse de cada clase para que las ganancias sean máximas.  
(sol:  $Beneficio = 160000$ ,  $T = 4000$ ,  $P = 1000$ )

6. Una empresa tiene 2 plantas de producción,  $P_1$  y  $P_2$ , de cierto artículo que vende en 3 ciudades  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ . En  $P_1$  produce 5000 unidades y en  $P_2$  7000 unidades. De estas 12000 unidades las vende así: 3500 en  $C_1$ , 4000 en  $C_2$  y 4500 en  $C_3$ . Los costes de transporte, en euros, por unidad de producto, desde las plantas de producción a las ciudades son:

Envíos	Hasta $C_1$	Hasta $C_2$	Hasta $C_3$
Desde $P_1$	3	2.5	3.5
Desde $P_2$	2.25	3.75	4

Determinar el número de artículos que debe enviar la empresa desde cada planta a cada ciudad para que los costes de transporte sean mínimos.

(sol:  $Coste = 35375$ )

7. Una fábrica de muebles fabrica dos tipos de sillones,  $S_1$  y  $S_2$ . La fábrica cuenta con dos secciones: carpintería y tapicería. Hacer un sillón de tipo  $S_1$  requiere 1 hora de carpintería y 2 de tapicería, mientras que uno de tipo  $S_2$  requiere 3 horas de carpintería y 1 de tapicería. El personal de tapicería trabaja un total de 80 horas y el de carpintería 90. Las ganancias por las ventas de  $S_1$  y  $S_2$ , por unidad, son, respectivamente 50 y 30 euros. Calcular cuántos sillones de cada tipo hay que hacer para maximizar ganancias.

(sol:  $Ganancias = 2100$ ,  $S_1 = 30$ ,  $S_2 = 20$ )

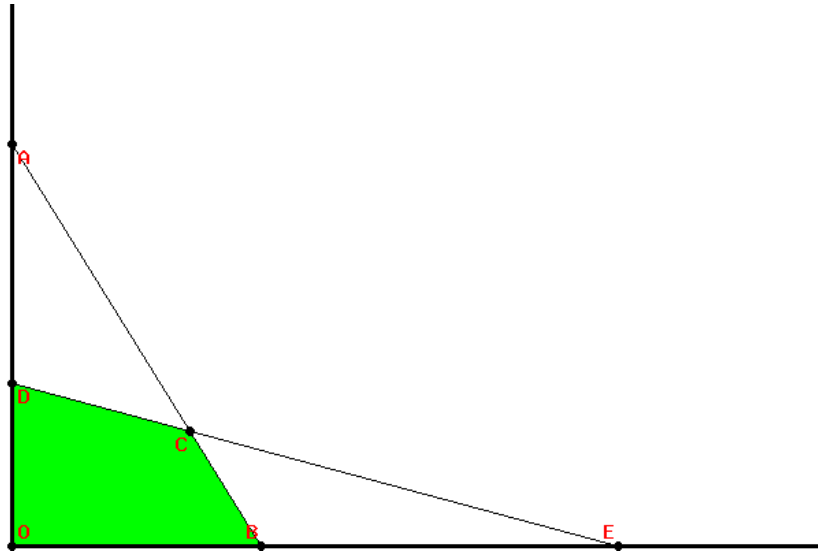
### Ejercicio 4

MAXIMIZAR:  $2 X + 2 Y$

$$2 X + Y \leq 14$$

$$X + 3 Y \leq 17$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor
O	0	0	0
A	0	14	28
B	7	0	14
C	5	4	18
D	0	5.66666666666667	11.3333333333333
E	17	0	34

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.  
En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

## Ejercicio 5

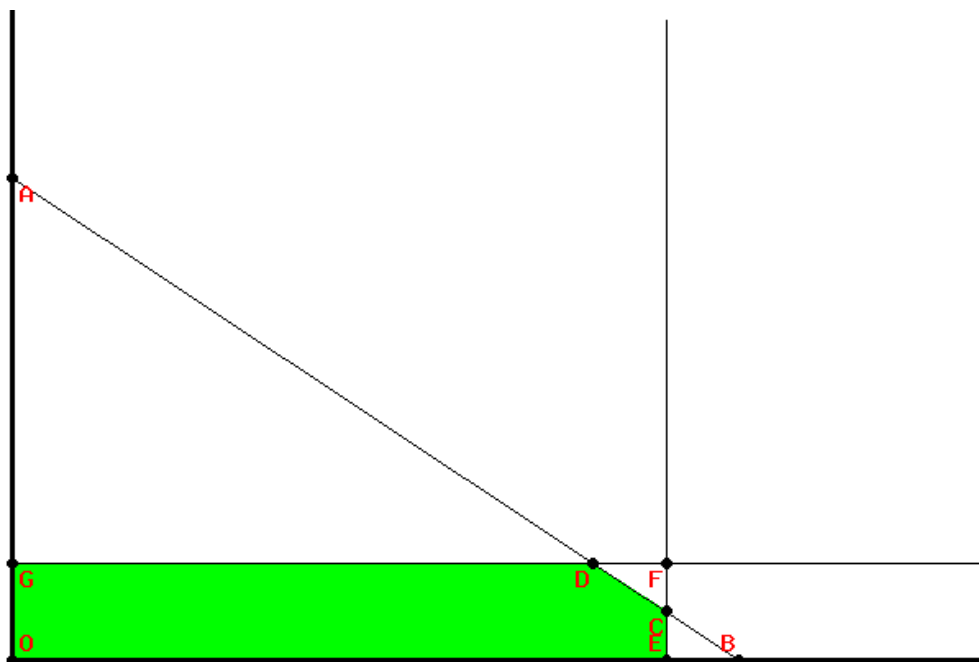
MAXIMIZAR:  $30X + 40Y$

$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 4500$$

$$Y \leq 1000$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	5000	200000
B	5000	0	150000
C	4500	500	155000
D	4000	1000	160000
E	4500	0	135000
F	4500	1000	175000
G	0	1000	40000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.

En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

## Ejercicio 6

<b>Costes por unidad</b>	Hasta C <sub>1</sub>	Hasta C <sub>2</sub>	Hasta C <sub>3</sub>
Desde P <sub>1</sub>	3	2.5	3.5
Desde P <sub>2</sub>	2.25	3.75	4

<b>Unidades</b>	Hasta C <sub>1</sub>	Hasta C <sub>2</sub>	Hasta C <sub>3</sub>	$\Sigma$
Desde P <sub>1</sub>	X	Y	5000-X-Y	5000
Desde P <sub>2</sub>	3500-X	4000-Y	X+Y-500	7000
$\Sigma$	3500	4000	4500	12000

### Coste

$$3X + 2.5Y + 3.5(5000 - X - Y) + 2.25(3500 - X) + 3.75(4000 - Y) + 4(X + Y - 500) = \\ = 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

### Constricciones

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

$$5000 - X - Y \geq 0$$

$$3500 - X \geq 0$$

$$4000 - Y \geq 0$$

$$X + Y - 500 \geq 0$$

$$\text{MINIMIZAR: } 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

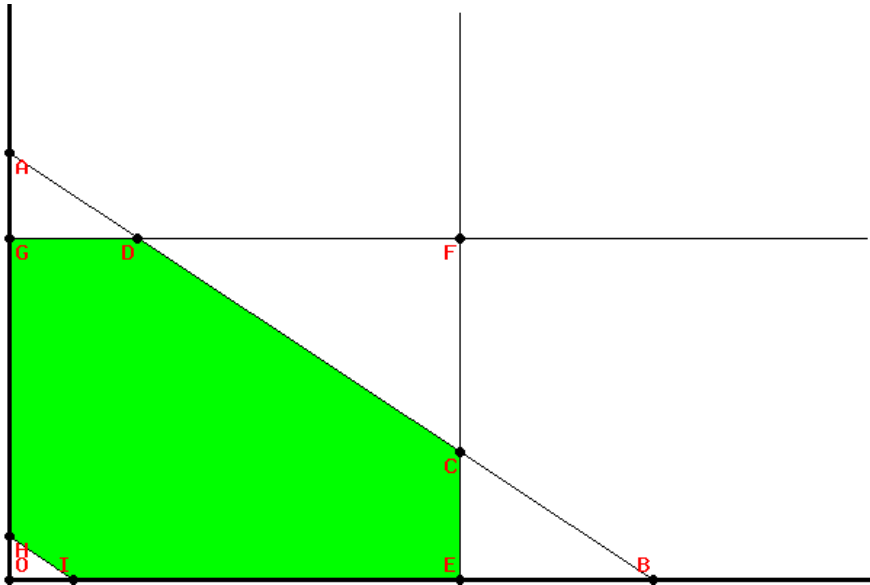
$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 3500$$

$$Y \leq 4000$$

$$X + Y \geq 500$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	38375
A	0	5000	34625
B	5000	0	44625
C	3500	1500	41625
D	1000	4000	36625
E	3500	0	42750
F	3500	4000	39750
G	0	4000	35375
H	0	500	38000
I	500	0	39000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.  
 En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Unidades	Hasta C <sub>1</sub>	Hasta C <sub>2</sub>	Hasta C <sub>3</sub>	Σ
Desde P <sub>1</sub>	0	4000	1000	5000
Desde P <sub>2</sub>	3500	0	3500	7000
Σ	3500	4000	4500	12000

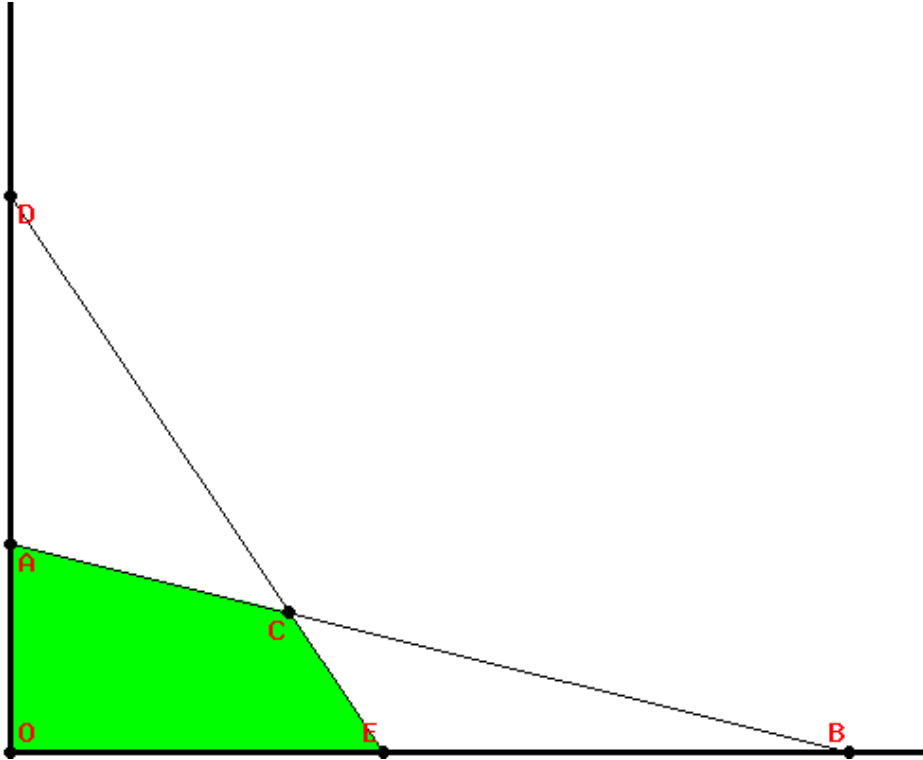
## Ejercicio 7

MAXIMIZAR:  $50 X + 30 Y$

$$X + 3 Y \leq 90$$

$$2 X + Y \leq 80$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	30	900
B	90	0	4500
C	30	20	2100
D	0	80	2400
E	40	0	2000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.  
En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

6. Una empresa tiene 2 plantas de producción,  $P_1$  y  $P_2$ , de cierto artículo que vende en 3 ciudades  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ . En  $P_1$  produce 5000 unidades y en  $P_2$  7000 unidades. De estas 12000 unidades las vende así: 3500 en  $C_1$ , 4000 en  $C_2$  y 4500 en  $C_3$ . Los costes de transporte, en euros, por unidad de producto, desde las plantas de producción a las ciudades son:

Envíos	Hasta $C_1$	Hasta $C_2$	Hasta $C_3$
Desde $P_1$	3	2.5	3.5
Desde $P_2$	2.25	3.75	4

Determinar el número de artículos que debe enviar la empresa desde cada planta a cada ciudad para que los costes de transporte sean mínimos.

(sol:  $Coste = 35375$ )

7. Una fábrica de muebles fabrica dos tipos de sillones,  $S_1$  y  $S_2$ . La fábrica cuenta con dos secciones: carpintería y tapicería. Hacer un sillón de tipo  $S_1$  requiere 1 hora de carpintería y 2 de tapicería, mientras que uno de tipo  $S_2$  requiere 3 horas de carpintería y 1 de tapicería. El personal de tapicería trabaja un total de 80 horas y el de carpintería 90. Las ganancias por las ventas de  $S_1$  y  $S_2$ , por unidad, son, respectivamente 50 y 30 euros. Calcular cuántos sillones de cada tipo hay que hacer para maximizar ganancias.

(sol:  $Ganancias = 2100$ ,  $S_1 = 30$ ,  $S_2 = 20$ )



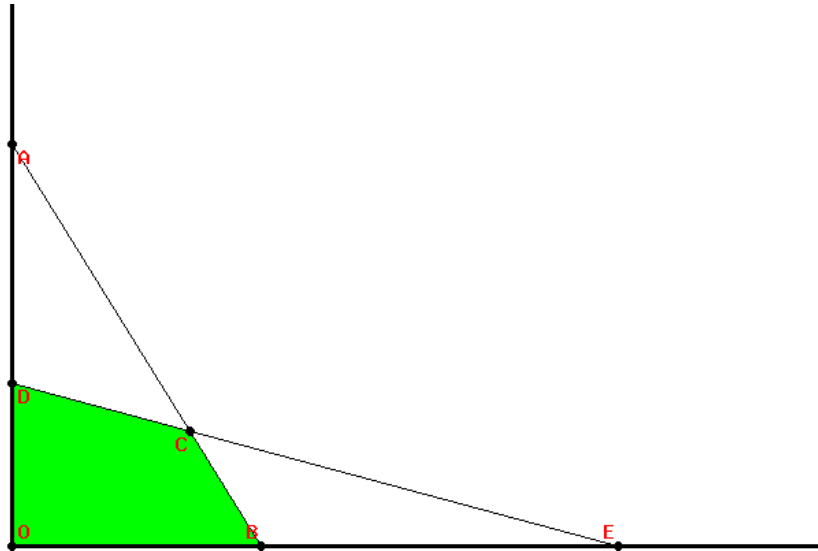
### Ejercicio 4

MAXIMIZAR:  $2 X + 2 Y$

$$2 X + Y \leq 14$$

$$X + 3 Y \leq 17$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor
O	0	0	0
A	0	14	28
B	7	0	14
C	5	4	18
D	0	5.66666666666667	11.3333333333333
E	17	0	34

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.  
En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

## Ejercicio 5

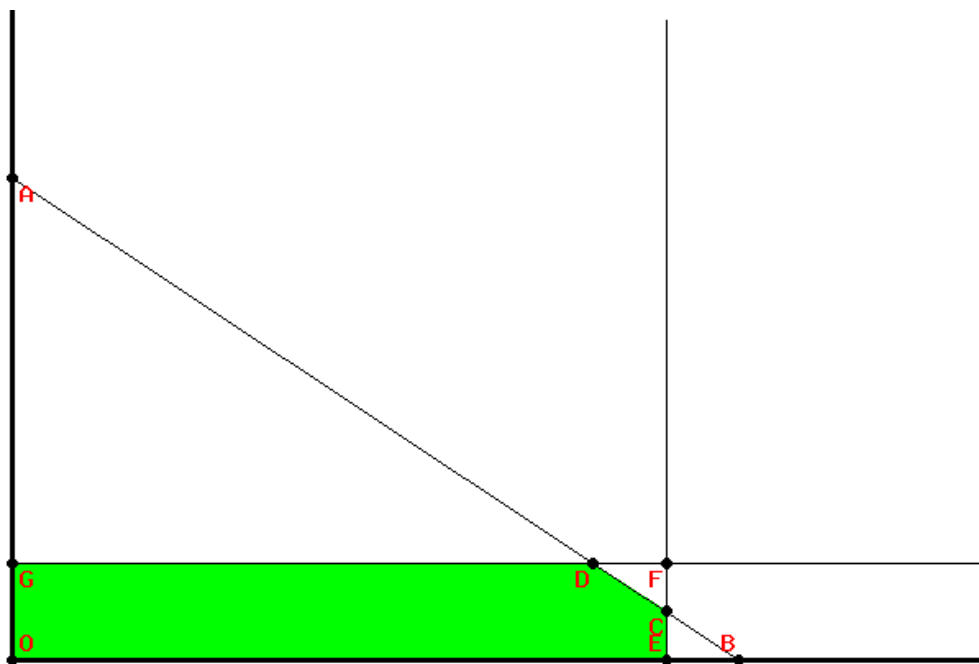
MAXIMIZAR:  $30X + 40Y$

$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 4500$$

$$Y \leq 1000$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	5000	200000
B	5000	0	150000
C	4500	500	155000
D	4000	1000	160000
E	4500	0	135000
F	4500	1000	175000
G	0	1000	40000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.

En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

## Ejercicio 6

<b>Costes por unidad</b>	Hasta C <sub>1</sub>	Hasta C <sub>2</sub>	Hasta C <sub>3</sub>
Desde P <sub>1</sub>	3	2.5	3.5
Desde P <sub>2</sub>	2.25	3.75	4

<b>Unidades</b>	Hasta C <sub>1</sub>	Hasta C <sub>2</sub>	Hasta C <sub>3</sub>	$\Sigma$
Desde P <sub>1</sub>	X	Y	5000-X-Y	5000
Desde P <sub>2</sub>	3500-X	4000-Y	X+Y-500	7000
$\Sigma$	3500	4000	4500	12000

### Coste

$$3X + 2.5Y + 3.5(5000 - X - Y) + 2.25(3500 - X) + 3.75(4000 - Y) + 4(X + Y - 500) = \\ = 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

### Constricciones

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

$$5000 - X - Y \geq 0$$

$$3500 - X \geq 0$$

$$4000 - Y \geq 0$$

$$X + Y - 500 \geq 0$$

$$\text{MINIMIZAR: } 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

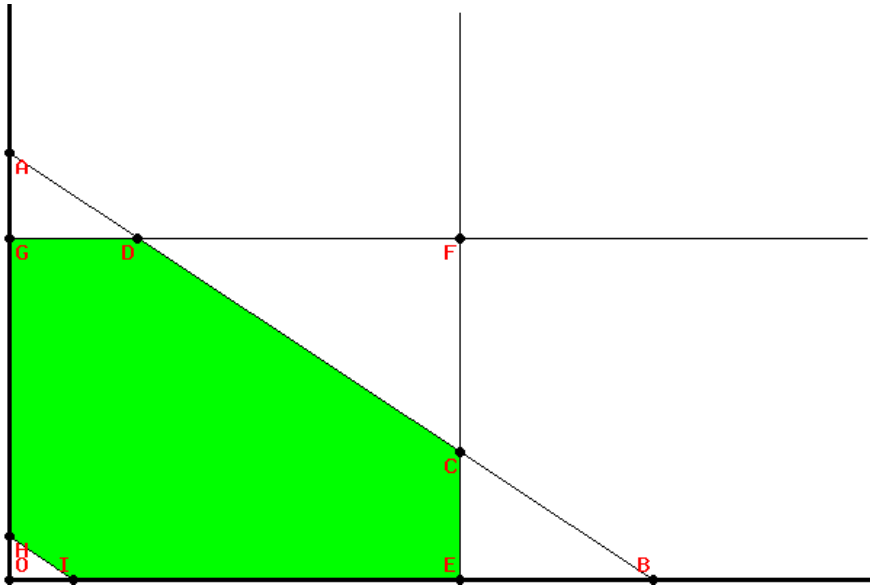
$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 3500$$

$$Y \leq 4000$$

$$X + Y \geq 500$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	38375
A	0	5000	34625
B	5000	0	44625
C	3500	1500	41625
D	1000	4000	36625
E	3500	0	42750
F	3500	4000	39750
G	0	4000	35375
H	0	500	38000
I	500	0	39000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.  
 En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Unidades	Hasta C <sub>1</sub>	Hasta C <sub>2</sub>	Hasta C <sub>3</sub>	Σ
Desde P <sub>1</sub>	0	4000	1000	5000
Desde P <sub>2</sub>	3500	0	3500	7000
Σ	3500	4000	4500	12000

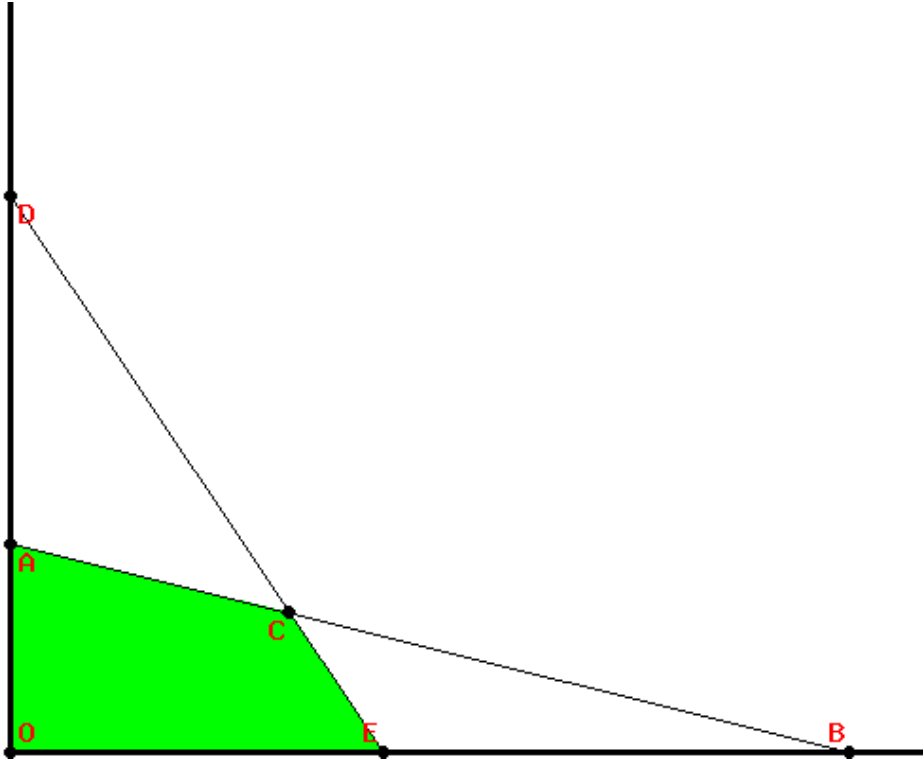
## Ejercicio 7

MAXIMIZAR:  $50 X + 30 Y$

$$X + 3 Y \leq 90$$

$$2 X + Y \leq 80$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	30	900
B	90	0	4500
C	30	20	2100
D	0	80	2400
E	40	0	2000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.  
En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.