

Tema 5

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Sea el sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

- Calcular \mathbf{x} utilizando Gauss.
- Calcular \mathbf{x} utilizando Gauss con pivote parcial.
- Calcular la matriz inversa de A utilizando Gauss-Jordan.
- Calcular \mathbf{x} utilizando la factorización LU .
- Si $a_{11} = 0$ en A , calcular \mathbf{x} utilizando la factorización LU .

$$(x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1, \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{9} & \frac{7}{18} & -\frac{1}{18} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{4}{9} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix})$$

2. Sea el sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- ¿Es A diagonal dominante por filas?
- Calcular la norma infinito de B_J y B_{G-S} .
- Calcular la norma uno de B_J y B_{G-S} .
- Calcular los autovalores de B_J y B_{G-S} .
- A partir de cada uno de los apartados anteriores ¿qué podemos concluir acerca de la convergencia de los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel?
- Realizar 3 iteraciones con Jacobi y con Gauss-Seidel.

3. Sea el sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 20 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 20 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 20 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Resolver por Jacobi y Gauss-Seidel.

Utilizar como condición de parada $\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}\|_{\infty} < 0,01$