

APELLIDOS:	NOMBRE:	Nº:
------------	---------	-----

Puntuación: ej. 1: 1 punto; ej. 2: 1 punto; ej. 3: 2 puntos; ej. 4: 1 punto.

1 Sean $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y > 0, x < 0, 1 < x^2 + y^2 < 2\}$ y $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y > 0, y - x < 0, \frac{1}{4} < x^2 + y^2 < 1\}$. Halle un polinomio p tal que $p(A) = B$.

Solución: $p(z) =$

Razonamientos:

2 Dado $a > 0$, halle una función v tal que $f(x + iy) = e^{ax} \cos(2y) - 4xy + iv(x, y)$ sea una función entera y $f(0) = 1 + i$.

Solución: $u(x, y) =$

Razonamientos:

3. (A) Halle y represente gráficamente los $z \in \mathbb{C}$ tales que $\log_{\pi} \left(\frac{z+3}{z-3} \right)$ es analítica.

Solución:

Cálculos:

(B) Sea $f(z) = \frac{\log_{\pi} \left(\frac{z+3}{z-3} \right)}{z^2} + \frac{e^{i\pi z/2} - i}{(z^2 + z - 2)^2}$. Estudie si f posee desarrollos de la forma $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$ e indique dónde son válidos.

¿Cuántos desarrollos existen? Dominios: $\left\{ \right.$

Razonamientos:

(C) Halle el valor de $I = \int_{C(0,3/2)} f(z) dz$.

Solución: $I =$

Cálculos:

4 Sea $f(z) = \frac{1}{z^2 - zi}$. Halle un desarrollo de la forma $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z - 1 - i)^n$ válido en $1 < |z - 1 - i| < \sqrt{2}$.

Solución: SI NO existe y es
Razonamientos:

APELLIDOS:	NOMBRE:	Nº:
------------	---------	-----

Puntuación: ej. 5: 1,5 puntos; ej. 6: 1 punto; ej. 7: 1,5 puntos; ej 8: 1 punto.

5 (A) Dado $a \in \mathbb{C}$, halle la transformada z inversa de $f(z) = \frac{z}{(z-a)^2}$.

Solución:

Razonamientos:

(B) Sea $s_k = 0$ para $k = 0, 2, 4, \dots$ y $s_k = 2^k$ para $k = 1, 3, 5, \dots$. Halle la solución de la ecuación $y_{k+2} - 4y_k = s_k$, $k = 0, 1, \dots$, $y_0 = 0$, $y_1 = 0$.

Solución: $y_k =$

Cálculos:

6 Halle la solución del problema $u_t(x, t) - 2u_{xx}(x, t) = 0$, $u(x, 0) = e^{-2x^2}$ para $x \in \mathbb{R}$ y $t > 0$.

Solución:

Razonamientos:

7 Calcule la transformada de Fourier de la función $g(t) = \begin{cases} 5e^{3t} \cos(t) & \text{si } t \leq 0 \\ 0 & \text{si } t > 0 \end{cases}$.

Solución:

Cálculos:

8 Para $k \in \mathbb{R}$, se considera la función $f_k(t) = \begin{cases} t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq \pi/2 \\ k & \text{si } \pi/2 < t \leq \pi. \end{cases}$

(A) Estudie si la serie de Fourier de f_k en $(0, \pi)$ es convergente y halle su límite.

(B) Estudie si para algún valor de k existen coeficientes a_n tales que $f_k(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nt)$ para $0 \leq t \leq \pi$.

Solución: ¿Existen? $\begin{cases} Si \square \\ No \square \end{cases}$ valor $k =$

Razonamientos:

(C) Estudie si para algún valor de k existen coeficientes b_n tales que $f_k(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nt)$ para $0 \leq t \leq \pi$.

Solución: ¿Existen? $\begin{cases} Si \square \\ No \square \end{cases}$ valor $k =$

Razonamientos: