

Capítulo 6

Series de Fourier

Para dibujar funciones definidas a trozos puede utilizarse la función `plotrozo(h, ph, x, n, 'r')` que dibuja una función definida a trozos como la siguiente:

$$h(x) = \begin{cases} h_1(x) & a_1 \leq x < a_2 \\ h_2(x) & a_2 \leq x < a_3 \\ \vdots & \vdots \\ h_m(x) & a_m \leq x < a_{m+1} \end{cases}$$

Las variables de entrada son, en ese orden:

- la función h en forma de vector, donde cada coordenada es la expresión de $h_i(x)$ correspondiente
- un vector ph con los puntos $a_1, a_2, \dots, a_{m+1}$
- la variable independiente x
- n (opcional) el número de puntos que se utilizarán para dibujar en cada subintervalo (por defecto será 100)
- (opcional) el color, por defecto es `'m'`.

La función $h(x) = \begin{cases} -1 & \pi \leq x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ puede dibujarse con las instrucciones siguientes:

```
» syms x real
» f=sym([-1;x^2]);
» pf=[-pi;0;pi];
» plotrozo(f,pf,x)
```

La función `tgen=sfgen(f,pf,x,n)` calcula el término n -ésimo de la serie de Fourier. Las variables de entrada son un vector simbólico que contiene las distintas expresiones de la función f a desarrollar, los puntos pf de la partición, la variable independiente x y un parámetro opcional n que indique el término que se quiere calcular. Si no se introduce un valor de n , se calculará el término n -ésimo.

La función llamada `sf=sfourier(f,pf,x,N)` que calcula los N primeros términos de la serie de Fourier asociada a dicha función. Las variables de entrada son, en ese orden, la función f a desarrollar, los puntos pf de la partición, la variable independiente x y el número N de términos a calcular.

6.1. Ejercicios

Ejercicio 6.1 Con la función `plotrozo` anterior dibuje las siguientes funciones

$$1. f_1(x) = \begin{cases} 0 & -2 \leq x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$2. f_2(x) = \begin{cases} 0 & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Resuelva este ejercicio en un fichero `.m` con nombre `ej6_1.m`

Ejercicio 6.2 En un fichero `m` llamado `ej6_21.m` escriba las instrucciones que resuelvan el siguiente problema:

1. Defina la función f_1 del problema 6.1 así como la partición
2. Calcule la suma parcial de la serie de Fourier para los valores de $N = 3$, $N = 10$ y $N = 20$
3. En tres subventanas de la misma ventana gráfica dibuje la gráfica de la extensión periódica de f_1 al intervalo $[-6, 6]$ y cada una de las series obtenidas.
4. Dibuje en el intervalo $[-6, 6]$ la función hacia la que converge la serie de Fourier.

Repita el problema con la función f_2 en el intervalo $\left[-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ y escriba las instrucciones en un fichero llamado `ej6_22.m`.

Ejercicio 6.3 Se considera la función: $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } -\pi \leq x \leq 0; \\ x, & \text{si } 0 \leq x \leq \pi; \end{cases}$

1. Halle la suma parcial, S_{15} , de la serie de Fourier de la función dada para $N = 15$

2. Dibuje la función suma de la serie de Fourier de la función f en rojo y S_{15} en azul en los mismos ejes y en el intervalo $[-3\pi, 3\pi]$.

La resolución de este problema debe guardarse en un fichero m llamado ej6_3 y el valor obtenido debe añadirse como un comentario.