

Capítulo 4

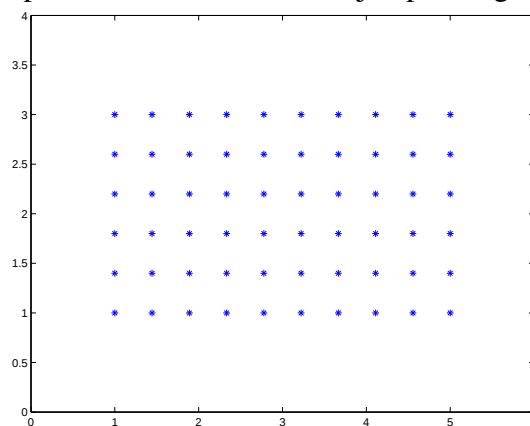
Transformación de conjuntos y funciones elementales en $\mathbb{C}$.

4.1. Transformación de conjuntos.

Algunos comandos que resultan útiles para el manejo de gráficos en $\mathbb{C}$ son:

Función	Salida
<code>[X,Y]=meshgrid(x,y)</code>	Los argumentos de entrada son $\mathbf{x} = [x_1 x_2 \dots x_n]$ e $\mathbf{y} = [y_1 y_2 \dots y_m]$. El argumento de salida $\mathbf{X}$ es una matriz de orden $n \times m$ cuyas filas son igual a $\mathbf{x}$. El segundo argumento de salida, $\mathbf{Y}$, es otra matriz del mismo orden que $\mathbf{X}$, cuyas columnas coinciden con $\mathbf{y}$
<code>p=ginput(n)</code>	Almacena en $\mathbf{p}$ las coordenadas de n puntos del plano por medio del ratón

La representación gráfica de un intervalo en $\mathbb{R}^2$ puede realizarse mediante la representación de una malla de puntos del intervalo. Por ejemplo, el gráfico



puede utilizarse para representar el intervalo $A = [1, 5] \times [1, 3]$.

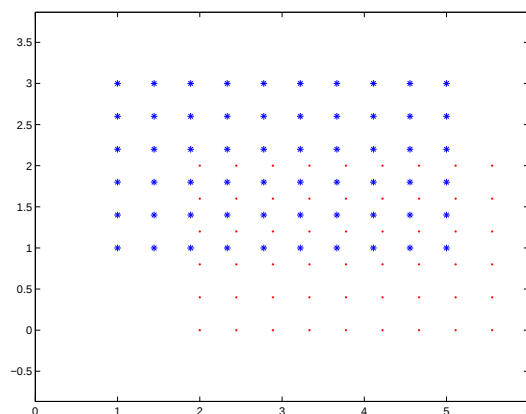
Las órdenes utilizadas para construir el gráfico anterior son las siguientes:

```
>> x=linspace(1,5,10);
>> y=linspace(1,3,6);
>> [X,Y]=meshgrid(x,y); % se generan 10x6 puntos sobre [1,5]x[1,3]
>> z=X+i*Y;
>> plot(z,'*b')
>> axis([0,6,0,4])
```

Para visualizar una transformación f sobre el conjunto $A = [1, 5] \times [1, 3]$ bastaría representar los valores de $f(z)$. Por ejemplo, una traslación de A según el vector $1 - i$ se corresponde con la función $f(z) = z + (1 - i)$ y se visualizaría con:

```
>> w=z+1-i;
>> hold on
>> plot(w,'.r');
>> axis equal
```

cuyo resultado es:



Cuando el conjunto está descrito mediante coordenadas polares, se puede proceder del siguiente modo:

Ejemplo 27 Sea $A = \{re^{it} \in \mathbb{C} : r \in [0, 1], t \in [0, \pi/2]\}$ y $f(z) = (1 + i)z + 2i$. Genere una ventana gráfica con cuatro subventanas y realice las siguientes tareas:

1. Genere una partición uniforme de $[0, 1] \times [0, \pi/2]$ con 6×6 puntos y utilícela para representar A en la primera subventana.
2. Represente, en la segunda subventana, el conjunto $B = f_1(A)$, siendo $f_1(z) = (1 + i)z$.
3. Represente, en la tercera subventana, el conjunto $C = f_2(B)$, siendo $f_2(z) = z + 2i$.
4. Represente, en la cuarta subventana, el conjunto $f(A)$. (Observe que $f(z) = f_2(f_1(z))$)

NOTA: Represente los cuatro gráficos con la misma escala en ambos ejes y visualizando la ventana $[-1, 1] \times [0, 4]$.

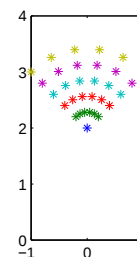
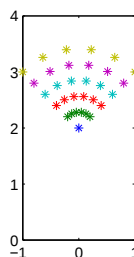
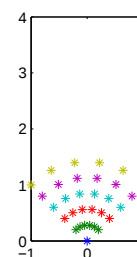
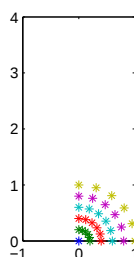
SOLUCIÓN: Se escriben en el archivo ejemplo3_1_1.m las siguientes órdenes:

```
r=linspace(0,1,6); t=linspace(0,pi/2,6); [R,T]=meshgrid(r,t);
z=R.*exp(i*T)% es equivalente a z=R.*(cos(T)+i*sin(T))
z1=z*(1+i) % se aplica f_1 a z
z2=z1+2*i % se aplica f_2 a z1
w=z*(1+i)+2*i % se aplica f a z
%Representacion grafica:
subplot(2,2,1)
plot(z,'*')% Conjunto A
axis equal
axis([-1,1,0,4])

subplot(2,2,2)
plot(z1,'*')% Conjunto B
axis equal
axis([-1,1,0,4])

subplot(2,2,3)
plot(z2,'*')% Conjunto C
axis equal
axis([-1,1,0,4])

subplot(2,2,4)% Conjunto f(A)
plot(w,'*')
axis equal
axis([-1,1,0,4])
```



4.2. Ejercicios

Ejercicio 4.1 Se considera el conjunto $A = \left\{ z = r(\cos(t) + i\sin(t)) \in \mathbb{C} / r \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right], t \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right] \right\}$ y las funciones $f(z) = iz^2$ y $g(z) = \overline{iz^2}$. Genere una ventana gráfica con dos subventanas, en la primera representa $f(A)$ y en la segunda $g(A)$. Para construir A debes generar una partición con 15×10 puntos. Elija las subventanas cuadradas con los ejes en $-4 \leq x \leq 4$ y $-4 \leq y \leq 4$.

Ejercicio 4.2 Escriba un fichero m que realice las siguientes tareas:

1. Almacene en la variable w el complejo $3 - 5i$ y en z los complejos $z_k = \ln(|w|) + i\pi(2k + \arg_0(w))$, para $k = 0, 1, \dots, 9$

2. Verifique, usando MATLAB, que todas las componentes de z son logaritmos de w (es decir, soluciones de la ecuación $e^z = w$).
3. Represente gráficamente los complejos z_k , $k = 0, 1, \dots, 9$ (utilice como símbolo un punto rojo). **Nota:** El gráfico anterior y todos los que siguen deben estar en la misma ventana gráfica.
4. Deduzca, a partir de la ventana gráfica y utilizando el comando `ginput`, cuánto vale $\log_{\alpha}(-1 - i)$ para $\alpha = 10$. (**Nota:** Al ejecutar la orden `p=ginput(1)` en la línea de comandos se activa una utilidad en el gráfico que permite almacenar en `p` las coordenadas del punto del gráfico sobre el que pinchemos con el botón izquierdo del ratón).
5. Calcule $\log_{10}(-1 - i)$ utilizando la función `logalfa`. Compruebe que coincide, aproximadamente, con el valor obtenido en el apartado anterior a partir del gráfico.