

Capítulo 2

Gráficos en $\mathbb{C}$

2.1. Operaciones elementales con vectores y matrices

Los elementos de una matriz se introducen entre corchetes, por filas, separadas mediante un punto y coma y los elementos separados por espacios en blanco o comas. Los vectores son matrices fila o matrices columna.

```
» A=[i, 1-i, -1; 2-3i 1 0]
```

Cuando una función de las predefinidas en MATLAB (seno, coseno, logaritmo...) es aplicada a una matriz, ésta devuelve una matriz del mismo tipo que en la posición i, j tiene la imagen del elemento i, j de la matriz dada.

Ejemplo 8 *Construya la matriz*

$$A = \begin{pmatrix} 1+i & 2-i & -1 \\ -2-3i & 1 & 0 \\ 1 & 1+i & -1 \end{pmatrix}$$

y calcule el módulo y el argumento de sus elementos, la traspuesta de A y la conjugada de la traspuesta de A. Halle también una matriz aleatoria de orden 3×3 .

```
» A=[1+i 2-i -1;-2-3i 1 0; 1 1+i -1]
» mod_A=abs(A)
» arg_A=angle(A)
» B=A.'
» C=A'
» D=rand(3)
```

Obsérvese que A' calcula la traspuesta de la conjugada, así cuando trabajamos con números reales es indistinto utilizar A' y $A.'$, sin embargo en complejos es esencial distinguir ambas operaciones.

Las operaciones habituales suma, producto y cociente se realizan como es habitual. Otras operaciones se pueden estudiar utilizando el help. En el ejemplo siguiente vemos como se realizan algunas operaciones sobre los elementos de una matriz.

Ejemplo 9 Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1+i & 2-i & -1 \\ -2-3i & 1 & 0 \\ 1 & 1+i & -1 \end{pmatrix}$$

calcule la matriz B que contiene el conjugado de los elementos de A , Calcule la matriz M que en la posición (i, j) tiene el producto $a_{ij}b_{ij}$ y verifique que contiene el cuadrado del módulo de los elementos de A .

```
» A=[1+i 2-i -1;-2-3i 1 0; 1 1+i -1]
» B=conj(A)
» M=A.*B
» abs(A).^2
```

Una vez definida una matriz o un vector, se puede acceder a sus elementos o submatrices con las órdenes:

Orden	Salida
v(i)	Coordenada i del vector v
A(i,j)	Elemento de la matriz A que ocupa la posición i,j
A(:,j)	Columna j de la matriz A
A(i,:)	Fila i de la matriz A
A(v,w)	Submatriz de A que contiene las filas indicadas en las coordenadas del vector v y las columnas indicadas en el vector w

Haciendo uso de estas órdenes pueden introducirse matrices y vectores elemento a elemento. Al asignarle un valor a una posición, se construye la matriz o vector de menor tamaño que contiene los elementos introducidos y hace ceros los no asignados.

Existen formas de introducir vectores, cuando sus coordenadas guardan alguna relación entre sí:

Orden	Salida
a:h:b	Vector $(a, a+h, a+2h, \dots, a+nh)$, donde n es el mayor entero tal que $a+nh \in [a, b]$ si $h > 0$ y $a+nh \in [b, a]$ si $h < 0$. En este caso, los corchetes pueden sustituirse por paréntesis o incluso eliminarse
linspace(a, b, n)	Vector cuyas coordenadas son los puntos de una partición uniforme del intervalo $[a, b]$ con n puntos

```
» v=[1:0.3:2]
» v=(1:-0.4:-0.8)
```

Si se omite el incremento h MATLAB toma por defecto $h=1$

```
» v=[1:4]
» v=linspace(1,2,5)
```

2.2. Gráficos 2D

MATLAB genera los gráficos, tanto 2D como 3D, en una ventana distinta del área de trabajo y del editor de ficheros, es lo que se llama una *ventana gráfica* o *figura*. La mayor parte de los comandos que se utilizan para construir gráficos llevan implícita la orden de abrir una ventana gráfica, no obstante, existen instrucciones que permiten abrir (o cerrar) las ventanas gráficas antes de construir los gráficos. Además, se pueden mantener abiertas varias ventanas gráficas a la vez, una de ellas es la que llamaremos *ventana activa*, que será la última ventana gráfica abierta, aunque esto puede modificarse a partir de ciertas órdenes o simplemente, pinchando con el ratón en la que queremos que sea la activa. Todas las instrucciones gráficas serán enviadas a la que en ese momento es la ventana activa. Las instrucciones básicas son las siguientes:

<code>figure</code>	Genera una nueva ventana gráfica
<code>figure(n)</code>	Genera la ventana activa que numerará como n , si ya está creada, esta será la activa desde este momento
<code>close</code>	Cierra la ventana gráfica activa
<code>close(n)</code>	Cierra la ventana gráfica número n
<code>close all</code>	Cierra todas las ventanas gráficas abiertas
<code>clf</code>	Borra el contenido de la ventana gráfica activa, manteniéndola abierta
<code>hold on</code>	Todos los gráficos de la ventana activa se superpondrán, sin borrar los ya dibujados
<code>hold off</code>	Reemplaza el gráfico antiguo por el nuevo (esta es la opción por defecto)

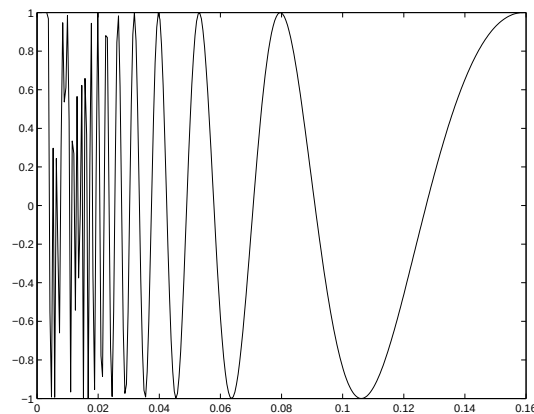
La instrucción `plot` es la función clave de todos los gráficos 2D en MATLAB y su sintaxis es la siguiente: `plot(x, y, s)` (la variable s es opcional). Si queremos dibujar n puntos $P_1 = (x_1, y_1)$, $P_2 = (x_2, y_2)$, ..., $P_n = (x_n, y_n)$, x sería $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ e y sería $[y_1, y_2, \dots, y_n]$. Si la variable s no aparece, dibujaría los puntos unidos por segmentos. La variable s puede contener un símbolo de cada una de las columnas de la siguiente tabla, encerrados entre apóstrofes:

Color	Marca	Trazo
b azul	. punto	– continuo
g verde	o círculo	: discontinuo
r rojo	x aspa	– . punto y guión
y amarillo	* asterisco	-- discontinuo
m magenta	s cuadrado	
k negro	d rombo	
w blanco	v triángulo (abajo)	
	^ triángulo (arriba)	
	< triángulo (izquierda)	
	> triángulo (derecha)	
	p estrella 5 puntas	
	h estrella 6 puntas	

Ejemplo 10 Dibuje la gráfica de $f(x) = \cos(1/x)$ con $x \in \left[\frac{1}{100\pi}, \frac{1}{2\pi}\right]$

```
» x2=linspace(1/(100*pi),1/(2*pi),300);
» plot(x2,cos(1./x2),'k')
```

obteniendo la gráfica:



Se pueden modificar los ejes a partir de las siguientes funciones:

Orden	Salida
<code>axis([xmin xmax ymin ymax])</code>	los números reales <code>xmin</code> y <code>xmax</code> definen los límites inferior y superior del eje OX y <code>ymin</code> <code>ymax</code> hacen lo propio para el eje OY
<code>axis opción</code>	Genera cambios en las escalas de los ejes. Si <code>opción</code> es <code>equal</code> utiliza la misma escala en ambos ejes, si es <code>square</code> ajusta la figura a un cuadrado, si es <code>off</code> oculta los ejes.
<code>zoom</code>	Activa la utilidad <code>zoom</code> sobre el gráfico, permitiendo realizar una ampliación (reducción) al pulsar el botón izquierdo (derecho) del ratón en una parte del gráfico. La utilidad se desactiva volviendo a ejecutar <code>zoom</code>

Ejemplo 11 Sobre el gráfico anterior modifique los ejes delimitándolos en x entre -0.02 y 0.2 y en y entre -1.2 y 1.2 y de forma que el área de dibujo sea cuadrada.

```
» axis([-0.02 0.2 -1.2 1.2])
» axis square
```

La ventana gráfica dispone de un menú que permite modificar el estilo de las líneas, añadir textos, borrar partes de la gráfica...

2.3. Gráficos en $\mathbb{C}$

Función	Salida
<code>plot(z, s)</code>	Dibuja el complejo z . La variable s es opcional. (Ver <code>plot</code> sección anterior)
<code>polar(a, r, s)</code>	La variable s es opcional. a y r son las variables que contienen las coordenadas polares de los puntos (ángulo y radio) que se quieren dibujar. Si la variable s no aparece, dibujaría los puntos unidos por segmentos.
<code>compass(a, b, s)</code>	Dibuja los vectores con origen en el $(0,0)$ y extremos en los puntos de coordenadas $(a(i), b(i))$. s es opcional al igual que en <code>plot</code> y <code>polar</code>
<code>compass(z)</code>	Idéntico a <code>compass(real(z), imag(z))</code>
<code>quiver(x, y, u, v, l)</code>	Representa el vector (u, v) con origen en el punto (x, y) . La variable l es opcional, y representa una graduación para la longitud del vector, 0 si queremos la longitud real, 1 escalado automático. El valor 1 es el que toma por defecto. Si x, y, u, v son matrices del mismo tipo, dibujará varios vectores a la vez

Ejemplo 12 Dibuje los complejos 0 , $1+i$ y $-1+3i$ unidos por segmentos, marcados con puntos azules y vectorialmente.

```
» z=[0 1+i -1+3i]
» plot(z)
» plot(z, '.b')
» compass(z)
```

Ejemplo 13 Dibuje en la misma ventana gráfica el triángulo T cuyos vértices son los del ejemplo 12 en azul, en rojo el triángulo girado en torno al 0 un ángulo de $\pi/2$, en verde el homotético de T de centro 0 y razón 1.5 , y en negro su trasladado por el vector $(0, -1)$

```
» z=[z 0];
» plot(z)
» hold on
» plot(i*z, 'r')
» plot(1.5*z, 'g')
» plot(z-i, 'k')
```

Otras utilidades gráficas pueden ser las que nos permiten dividir la pantalla en varias subventanas, esto se realiza con la siguiente instrucción:

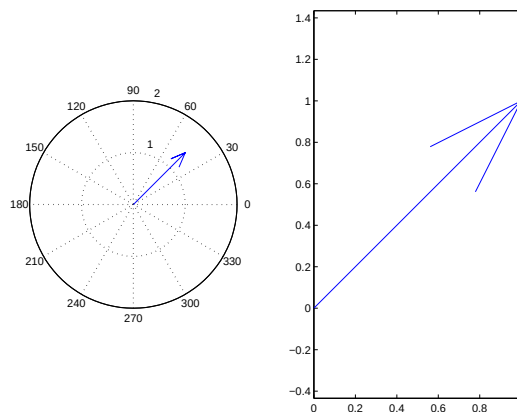
Función	Salida
subplot(n,m,k)	Divide la ventana gráfica activa en $n \times m$ subventanas y envía el gráfico a la subventana número k (se cuenta de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo)

Ejemplo 14 Dibujar en dos subventanas de la misma ventana gráfica el complejo $z = 1+i$ con la instrucción `compass` y con la instrucción `quiver`.

Creamos un fichero `m` con las instrucciones siguientes:

```
z=1+i
subplot(1,2,1)
compass(z)
subplot(1,2,2)
quiver(0,0,1,1,0)
axis equal
```

obteniendo la siguiente gráfica:



2.4. Ejercicios

Ejercicio 2.1 Construya una función `plotraiz(z, n)` que dibuje en rojo el complejo de entrada z y en azul las n raíces n -ésimas de z . (La función llamará a la función `raices` programada en la práctica anterior) Aplica esta función para dibujar los complejos $1 - i$ y sus raíces cuartas. Guarda las instrucciones en un fichero llamado `ejer2_1.m`

Ejercicio 2.2 Sea T el triángulo de vértices $5i$, $1 + i$, $1 + \sqrt{3}i$. Representese gráficamente T en azul y $f(T)$ en magenta, siendo f la composición de un giro de centro 0 y ángulo $\pi/2$ con una homotecia de centro 0 y razón 2.3 La resolución de este problema se guardará en el fichero `triangulo.m`

Ejercicio 2.3 Dibuje el dodecágono regular centrado en el origen y uno de cuyos vértices esté en el punto $(2, -1)$. Dibuje otro dodecágono, uno de cuyos vértices esté también en dicho punto pero cuyo centro geométrico sea $(1, 0)$. La resolución de este problema se guardará en un fichero llamado `dodecagono.m`.

Ejercicio 2.4 Construya un función `poligono(c, v, n)` que dibuje un polígono regular de n lados a partir de su centro geométrico, c , y uno de sus vértices, v . Utiliza esta función para volver a resolver el ejercicio anterior. Compara los resultados.

Ejercicio 2.5 Construya una función `trans(z, alfa, h, t)` que dibuje en rojo el complejo z de entrada y en azul el obtenido al girar z , α radianes en sentido antihorario y aplicarle una homotecia de razón h y una traslación de vector t . Aplica dicha función a los valores siguientes, dibujando además en azul z y en rojo w :

$$a) \ z = 1 + \sqrt{3}i, \alpha = \frac{\pi}{2}, h = 1.5, t = 1 + i$$

$$b) \ z = 1 + i, \alpha = \frac{\pi}{4}, h = 0.5, t = 3 - i$$

$$c) \ z = 2 - i, \alpha = \frac{\pi}{6}, h = 2.3, t = 5 - 2i$$