

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Lunes, 25/01/2010	Página 1 de 2
	Centro	E.T.S.I.M.O.	
	Asignatura	Análisis Numérico	
	Convocatoria	Febrero (Curso 2009-2010)	

La normativa del examen se encuentra tras los enunciados de los ejerciciosⁱ

Ejercicio 1.- Dado el problema de valor inicial
$$\begin{cases} y'(t) = -aty(t) + t & 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- Obtener la solución analítica exacta {2 ptos}
- Resolver, tomando $h=0.5$, utilizando el método de Taylor de orden 2 {4 ptos}.
- Determinar, en función del valor de a , la variación del tamaño del paso para que al aplicar una vez el método de Runge-Kutta adaptativo de orden 1-2 con paso inicial 0.5 el error sea menor que 0.1 {4 ptos}

Ejercicio 2.- Se deposita una bola en la superficie de un fluido y se suelta, dejándola hundirse mientras se toman medidas. Al cabo de un segundo, se ha hundido 2.8383m, y 7.5458 al cabo de dos segundos.

- Obtener el polinomio de interpolación segmentaria cúbico (spline), considerando que en el instante inicial la bola tiene velocidad nula y esta sometida a la aceleración de la gravedad ($g=9.81\text{m/s}^2$). Estimar la profundidad al cabo de 1.5s. {3 pto.}
- Sabiendo que la solución exacta es $S(t) = \frac{g(2t-1+e^{-2t})}{4}$, seleccionar el método de intervalo más adecuado para determinar cuanto tarda la bola en alcanzar los 100m. Justifíquese la respuesta y realicé 2 iteraciones del método elegido. {2 pto.}
- Obténgase una función de punto fijo y un intervalo que cumplan las condiciones de convergencia y sirvan para solucionar la ecuación planteada en el apartado (b) Realizar dos iteraciones a partir del valor $t=25$. {2.5 pto.}
- Verifíquese si la ecuación planteada en el apartado (b) verifica las condiciones suficientes de convergencia del método de Newton en $[20,30]$. Realizar dos iteraciones a partir del valor $t=25$. {2.5 pto.}

Ejercicio 3.- Se tienen los siguientes datos que relacionan la profundidad de un canal con la distancia hasta una referencia:

Distancia	1	3	7	8
Profundidad	-2.5	-4.2	-7.8	-8.5

- (a) Ajustar, por el método de mínimos cuadrados, los datos anteriores a la función $f(x) = -P_{\max} e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^2}$ donde $P_{\max}=9$, y obtener el error cuadrático {4 ptos.}
- (b) Suponiendo que los valores de a y b sean respectivamente 10 y 8, obtener dos puntos tales que la curva de ajuste no varíe al añadirlos {1 ptos.}
- (c) Utilizar la regla de integración adaptativa para estimar el caudal Q del canal ($Q=v \cdot A$), donde el área viene dada por $A = \left| \int_0^{20} 9e^{-\left(\frac{x-10}{8}\right)^2} dx \right|$ y la velocidad del agua del canal es $v=10\text{m/s}$, con un error inferior a $1\text{m}^3\text{s}^{-1}$ {5 ptos.}

ⁱ La duración del examen será de 3 horas y 30 minutos.

No se permite salir a ningún alumno en tanto no se haya pasado lista y tomado nota de la asistencia.

Los ejercicios se deben entregar por separado (no puede haber dos ejercicios en una misma hoja).

Todas las operaciones deben ser desarrolladas y, en caso de duda, explicadas; no se valorarán aquellas en que sólo se muestren resultados finales sin los pasos intermedios.