

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Lunes, 2/02/2009	Página 1 de 2
	Centro	I. Geólogo - E.P.S. Guillermo Schultz	
	Asignatura	Análisis Numérico	
	Convocatoria	Febrero (Curso 2008-2009)	

Ejercicio 1.- Dado el problema de valor inicial $y'(t) = \frac{y+1}{t}$ $1 \leq t \leq 2$ $y(1) = 0$

- Calcular la solución analítica exacta. {1 pto}
- Aplique el método de Taylor de orden tres con paso $h = \frac{1}{3}$ para aproximar la solución y compárela con los valores reales de y . {2 ptos}
- Al aplicar el método de Taylor de orden uno con paso $h = \frac{1}{4}$ se ha obtenido los siguientes valores {0.25, 0.5, 0.75, 1.0}. Utilice la interpolación segmentaria lineal para estimar $y(x)$ en los siguientes valores {(1.2), (1.9)} y compárelos con los valores reales de $y(x)$ ¿Qué resultados se hubieran obtenido de utilizar la interpolación cúbica de Hermite (función y derivada)? ¿Cuál da un resultado mejor?. {4 ptos}
- Justifique si mediante la aplicación del método de Runge-Kutta-Fehlberg con un paso inicial de 1 será necesario cambiar el tamaño del paso cuando se desea que el error de truncamiento local sea menor que 0.000001. {3 ptos}

Ejercicio 2.-

- Determine los valores de $x_0 < x_1 < x_2$ del intervalo $[-1, 1]$ que satisfacen . {2.5 ptos}

$$\int_{-1}^1 (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) x^k dx = 0 \quad k = 0, 1, 2$$

- Utilice los valores anteriores (x_0, x_1, x_2) para encontrar una regla de integración numérica aplicando el método de coeficientes indeterminados ¿Cuál es su orden? {2.5 ptos}
- Al realizar la integración para cierta función que depende de un parámetro α se han obtenido los siguientes valores $(\alpha, I(\alpha)) = \{(-0.2, -8/65), (0.1, 0.05), (0.5, 0.2)\}$. Encontrar los parámetros a y b que hacen mínimo el error cuadrático cuando se ajusta mediante la función $f(x) = \frac{ax}{b+x}$. Añadir, de forma razonada, otro par de puntos de forma que los parámetros a y b no se modifiquen. {2.5 ptos}
- Suponiendo que los resultados del apartado anterior son $a=1$, $b=2$, estúdiese si es posible aplicar el método de régula falsi y de Newton en el intervalo $[-4, 4]$ para encontrar el punto en que $f(x)=0.5$ ¿Y en el intervalo $[-1, 3]$? {2.5 ptos}

Ejercicio 3.- Dado el sistema lineal $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$,

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Resolver, utilizando racionales, por el método de Gauss con pivote simple. {1.5 ptos}
- (b) Obtener las matrices $\mathbf{M}$, $\mathbf{L}$ y $\mathbf{U}$ que factorizan la matriz $\mathbf{A}$ y permiten escribir el sistema inicial como $\mathbf{L Ux}=\mathbf{Mb}$. {2 ptos}
- (c) Obtener el condicionamiento del sistema utilizando $\|\cdot\|_{\infty}$ (El cálculo de la inversa se debe realizar utilizando el método de Gauss-Jordan o usando la factorización LU anterior). Calcular el condicionamiento si se utiliza la $\|\cdot\|_1$. {2.5 ptos}
- (d) Obtener la matriz de iteración del método de Gauss-Seidel y analizar su convergencia. Realizar dos iteraciones partiendo del vector nulo. A la vista de los resultados, ¿cuál será el comportamiento del método de Jacobi? {3 ptos}
- (e) Calcular, si es posible y utilizando el método de Gauss-Seidel, el número de iteraciones para lograr un error (respecto a $\|\cdot\|_1$) menor que 10^{-3} , partiendo del vector nulo. {1 pto}

La duración del examen será de 3 horas y 30 minutos.

No se permite salir a ningún alumno en tanto no se haya pasado lista y tomado nota de la asistencia.

Los ejercicios se deben entregar por separado (no puede haber dos ejercicios en una misma hoja).

Todas las operaciones deben ser desarrolladas y, en caso de duda, explicadas; no se valorarán aquellas en que sólo se muestren resultados finales sin los pasos intermedios.