1.- *Ecuaciones no lineales*

En esta práctica se estudian los métodos de intervalo y de iteración funcional. y se introducen las variables simbólicas, lo que permite realizar operaciones analíticas sobre funciones.

I. Definición de funciones simples

Se puede utilizar la instrucción *inline* para crear funciones desde el teclado, sin necesidad de generarlas con el editor en un fichero.m. Su sintaxis es la siguiente:

Nombre_funcion = **inline(**'*definicion entre comillas simples*'**)**

Ejemplo:

```
» f=inline('sqrt(exp(x))')
» p=f(4)          % Evaluación en el punto 4
» X=linspace(-1,4);Y=f(X);plot(X,Y)% Representación en el intervalo [-1,4]
```

II. Definición general de funciones

En este caso es necesario crear un m-fichero mediante el editor integrado en MATLAB (ver prácticas anteriores), teniendo en cuenta que:

1. El nombre de la función debe coincidir con el del fichero.
2. El directorio donde se almacena el fichero debe coincidir con el directorio de trabajo.
3. La primera línea del fichero debe tener la sintaxis siguiente:
   f**unction** [*argumentos_salida*]= *nombre_función (argumentos_entrada)*
4. Las siguientes líneas contienen el código del algoritmo, asignando valores a las variables de salida.
5. El número de argumentos de entrada y salida pueden obtenerse mediante las variables *nargin* y *nargout* respectivamente.

III. Funciones y variables simbólicas

Las funciones definidas hasta ahora son numéricas, puesto que las variables de entrada son valores numéricos. También es posible definir funciones que dependan de variables simbólicas:

```
» syms z real
» F=sqrt(exp(z))
» p=subs(F,z,4)          % Evaluación en el punto 4
» ezplot(F,[-1,4])       % Representación en el intervalo [-1,4]
```

IV. Métodos Analíticos

MATLAB dispone de la función **solve** que resuelve, cuando es posible, una ecuación simbólica de forma analítica. Su sintaxis es

solve(f, 'x') Resuelve la ecuación f en la variable x

Ejercicios recomendados:

1. Utilizar la función **solve** para obtener, si es posible, las raíces de las siguientes funciones, representándolas previamente
   - $f(x)=sen(x)+0.8cos(x)$ en [2,3]
   - $f(x)=x^2-4x+3.5-ln(x)$ en [1,3]
   - $f(x)=(x-2.1)^2-7x\ cos(x)$ en [1,2]

V. Métodos de intervalo

En la resolución de ecuaciones no lineales se utilizan, salvo soluciones analíticas simples, métodos iterativos que generan una sucesión de valores que tienden al valor de la raíz. Los métodos de intervalo (Bisección, Régula Falsi, etc.) se basan en reducir en cada iteración el intervalo de búsqueda de la solución hasta que se alcanza la precisión deseada. Presentan la ventaja de acotar no sólo el valor de la función, sino también el intervalo que incluye la raíz. Para su aplicación es necesario que verifiquen las condiciones del Teorema de Bolzano, esto es, la función debe ser continua y cambiar de signo en sus extremos.

La instrucción **fzero** de MATLAB utiliza métodos de intervalo para encontrar la raíz.

```
» f=inline('x.^3-1');
» options=optimset('Display','iter','TolX',1e-5,'MaxIter',100)
» raiz=fzero(f,2,options)
```

Ejercicios recomendados:

2. Utilizar la función **fzero** para obtener las raíces de las siguientes funciones tomando tolerancias de 10^{-6}.
   - $f(x)=sen(x)+0.8cos(x)$ en [2,3]
   - $f(x)=x^2-4x+3.5-ln(x)$ en [1,3]
   - $f(x)=(x-2.1)^2-7x\ cos(x)$ en [1,2]

VI. Métodos de punto fijo

MATLAB no tiene funciones específicas de punto fijo, por lo que es necesario definírselas. La convergencia de los métodos de punto fijo exige que se cumplan las siguientes condiciones:

Teorema I

Si g(x) es continua en [a,b] y verifica que $g(a)\geq a$ y $g(b)\leq b$, entonces la función g(x) tiene un punto fijo en [a,b]. Si además g'(x) está definida en (a,b) y existe una constante positiva $k<1$ tal que para cualquier punto x del intervalo $|g'(x)| \leq k<1$, entonces el punto fijo es único.

Si bien se pueden realizar los cálculos manualmente, resulta mejor aprovechar la potencia gráfica de MATLAB utilizando funciones simbólicas. Analicemos $g(x)=\sqrt{\frac{10}{4+x}}$ en [1,2].

```
» clear all
» syms x real; g=sqrt(10./(4+x)); dg=diff(g,x) % Función y derivada
» subplot(2,1,1);ezplot(g,[1,2]); subplot(2,1,2);ezplot(dg,[1,2])
```

Ejercicios recomendados:

3. Comprobar si las siguientes funciones verifican las condiciones del Teorema de punto fijo en algún subintervalo de los indicados:

   $g(x)=\frac{5}{x^2}+2$ en [2,3], $g(x)=5^{-x}$ en [0,2], $g(x)=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$ en [-1,1]

4. Programar la función pfijo.m según el algoritmo siguiente, usando como función de iteración $g(x)=\sqrt{\frac{x+3}{x^2+2}}$ para encontrar la aproximación con un error menor que 0'001 tomando un valor inicial aleatorio en el intervalo [1,2].

   Entrada: nombre del archivo que contiene la función g(x), valor inicial 'z', error admisible 'ex' de la raíz y número máximo de iteraciones 'niter'.

   Salida: vector x de sucesiones de aproximaciones a la solución.

   Paso 1 Definir $x_{niterx1}$ y hacer $x_1=z$

   Paso 2 Repetir para k desde 2 hasta niter los Pasos 5-6

   Paso 3 Hacer $x_k=g(x_{k-1})$;

   Paso 4 SI $|x_k-x_{k-1}|<ex$ FINALIZAR BUCLE

   Paso 5 SI k>niter, MENSAJE 'Finde iteraciones sin convergencia'

   Paso 6 SINO eliminar elementos $x_{k+1}, x_{k+2}, \ldots x_{niter}$

VII. Ecuaciones polinómicas

Las raíces de los polinomios se obtienen directamente mediante la instrucción *roots*. Se puede pasar de la forma vectorial del polinomio a la forma simbólica y viceversa mediante poly2sym y sym2poly.

```
» clear all
» p=[1,2,3,4] % Define P(x)=x^3+2x^2+3x+4
» roots(p)
» P=poly2sym(p)
» solve(P)
```

Ejercicios recomendados:

5. Calcular las raíces del polinomio $P(x)=x^4+2x^2-x-3$.

2.- *Anexo: Instrucciones utilizadas o relacionadas*

I. Resolución de ecuaciones no lineales

solve('ecuación', 'x')	Resuelve la ecuación en la variable x
roots(V)	Da las raíces del polinomio cuyos coeficientes son las componentes del vector V.
fzero('f',z)	Busca la raíz de *f(x)* próxima a *z*
optimset	Define las opciones del método iterativo que utiliza la instrucción *fzero*

II. Funciones polinómicas

poly(v)	Da el polinomio cuyas raíces son las componentes del vector v
expand('expr')	Expande lo más posible una expresión algebraica, realizando totalmente los productos y potencias, hasta presentar el resultado como una suma de términos. Aplica reglas de ángulos múltiples para expresiones trigonométricasy aplica formalmente las propiedades de las funciones logarítmicas y exponenciales. También descompone fracciones algebraicas de numerador polinómico en sumas de fracciones
factor('expr')	Escribe una expresión algebraica expandida como producto de factores (inversa de la anterior).
simplify('expr')	Simplifica lo más posible una expresión algebraica
simple('expr')	Halla la forma más simplificada posible de la expresión algebraica
collect('expr', 'x')	Agrupa la expresión algebraica polinómica en potencias ordenadas de la variable x. si no se especifica la variable, toma por defecto la variable simbólica principal (definida por el comando symvar)
conv(a,b)	Da el vector con los coeficientes del polinomio producto de los polinomios cuyos coeficientes son los elementos de los vectores a y b
[q,r]=deconv(a,b)	Da el vector q con los coeficientes del polinomio cociente de los polinomios cuyos coeficientes son los elementos de los vectores a y b, y el vector r, que es polinomio resto de la división
sym2poly(polinom)	Escribe el vector de coeficientes del polinomio especificado (operación inversa a la anterior)
polyder(a)	Da el vector cuyos coeficientes son los del polinomio primera derivada del polinomio a
[r,p,k]=residue(a,b)	Da los vectores columna r, p y k tales que $b(s)/a(s)=r_1/(s-p_1)+r_2/(s-p_2)+...+r_n/(s-p_n)+k(s)$
[a,b]=residue(r,p,k)	Realiza la operación inversa de la anterior.

III. Funciones simbólicas

subs(f,x)	Evalúa la función simbólica f en el punto x
diff(f,n)	Calcula la derivada n-sima de la función simbólica f

IV. Representacióngráfica

ezplot(f,[a,b])	Representa la función simbólica *f* en el intervalo [a,b]
subplot(m,n,p)	Cuadricula la ventana con m filas y n columnas, y pone el siguiente dibujo en la posición p-sima (se cuenta de izquierda a derecha y de arriba abajo)