

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Cálculo Numérico	Página 1 de 2
	Tema	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (Problemas de valor inicial)	
	Autor	César Menéndez Fernández	

Ejercicio 1.- Se considera el P.V.I. $y'(t) = -y + 1$ $0 \leq t \leq 1$ con $y(0) = y_0$

- Calcular la solución analítica exacta
- Determinar, en función de la condición inicial y del paso h , la expresión del valor aproximado w_k utilizando el método de Euler.
- Demostrar que la solución aproximada tiende a la exacta cuando se aumenta el número de intervalos.
- Calcular el valor del tamaño de paso h para, usando aritmética exacta, poder asegurar un error menor que 0.1 cuando se toma $y_0 = 0$. Verificar que los 2 primeros términos verifican la cota de error. ¿Qué ocurre si se toma $y_0 = 1$?

Ejercicio 2.- Dado el problema de valor inicial $y'(t) = f(t, y)$ $a \leq t \leq b$ con $y(a) = A$

- Obtener la expresión general del método de Taylor de orden 2, indicando el valor del error de truncamiento local.
- Obtener las relaciones entre c_1 , c_2 , α y β para que el método de Runge-Kutta dado por $w_{n+1} = w_n + c_1 k_1 + c_2 k_2$ con $k_1 = hf(t_n, w_n)$ y $k_2 = hf(t_n + \alpha h, w_n + \beta k_1)$ sea de orden 2. Determinar los valores que hacen mínimo el error de truncamiento local.
- Como aplicación, resolver $y'(t) = y - t + 1$ $0 \leq t \leq 1$ con $y(0) = 1$ y $h = 0.5$ por ambos métodos (Taylor y Runge-Kutta) y comparar el error cometido por ambos.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Cálculo Numérico	Página 2 de 2
	Tema	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (Problemas de valor inicial)	
	Examen	Tabulación de valores	
	Autor	César Menéndez Fernández	

Ejercicio 3.- La velocidad de descenso de un paracaidista viene dada por

$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c}{m}v$, donde g es la constante gravitacional, m es la masa y c es el coeficiente de arrastre.

- Determinar, en función de la condición inicial y del paso h , la expresión del valor aproximado w_k utilizando el método de Euler.
- Calcular la solución analítica exacta. Demostrar que la solución aproximada tiende a la exacta cuando se aumenta el número de intervalos.
- Calcular el valor del tamaño de paso h para, usando aritmética exacta, poder asegurar un error menor que 0'1 cuando se toma $y_0 = 0$. Verificar que los 2 primeros términos verifican la cota de error. ¿Qué ocurre si se toma $y_0 = 1$?
- Obtener la expresión del método de Taylor de orden 3 así como su error local.

Ejercicio 4.- Se considera el P.V.I. $y'(t) = -ty$ $0 \leq t \leq 1$ con $y(0) = y_0$

- Determinar, en función de la condición inicial y del paso h , la expresión del valor aproximado w_k utilizando el método de Euler.
- Calcular la solución analítica exacta. Demostrar que la solución aproximada tiende a la exacta cuando se aumenta el número de intervalos, esto es, $\lim_{k \rightarrow \infty, kh=t} w_k = y(t)$.
- Calcular el valor del tamaño de paso h para, usando aritmética exacta, poder asegurar un error menor que 0'1 cuando se toma $y_0 = 1$. Verificar que los 2 primeros términos verifican la cota de error. ¿Qué ocurre si se toma $y_0 = 0$?
- Obtener la expresión del método de Taylor de orden 3, así como su error local