

METODOS NUMERICOS

E.U.I.T. INFORMATICA DE OVIEDO. 05-06

3. AJUSTE DE DATOS

- 1) Obtener los valores de “a” y “b” de tal manera que $F(x) = a(x-1) - 2b$ sea la recta de ajuste mínimo-cuadrática a los puntos $\{(0,10), (1,13), (2,18), (3,20), (4,24)\}$.
- 2) Obtener la parábola de ajuste mínimo-cuadrática que aproxima a la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en los puntos de abscisa -1,0,8.
- 3) Se consideran los puntos $\{(-2,-3), (-1,-6), (0,-5), (1,1), (2,13)\}$
 - a) Demostrar, sin plantear ningún sistema lineal, que el polinomio de ajuste mínimo-cuadrático de grado tres a los puntos dados pasa por todos ellos.
 - b) Determinar la parábola de ajuste mínimo-cuadrática. ¿Pasa la parábola por alguno de los puntos?.
 - c) Determinar la recta de ajuste mínimo-cuadrática. ¿Pasa la recta por alguno de los puntos?.
- 4)
 - a) Plantear y resolver el problema de ajuste mínimo-cuadrático de una colección de puntos del plano $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ mediante una función del tipo $F(x) = a + bx^2$.
 - b) Aplicar el apartado anterior para determinar la función $F(x) = a + bx^2$ de ajuste mínimo-cuadrático a la colección de puntos $\{(-1,1), (0,4), (1,5), (2,3), (3,0)\}$.
- 5) Con el objeto de medir la aceleración g de la gravedad, se han recogido unos datos experimentales sobre el tiempo (en segundos) que tarda en llegar al suelo un cuerpo, según la altura (en metros) desde la que se le deja caer:

Tiempo	Altura
0.2	0.1960
0.4	0.7850
0.6	1.7665
0.8	3.1405
1	4.9075

Encontrar la función $h(t) = \frac{1}{2} g t^2$ de ajuste mínimo-cuadrático a los datos anteriores y determinar así un valor aproximado de g en m/s^2 .

- 6) Se desea que una vía de comunicación que une las ciudades $A = (0, 0)$ y $B = (5, 0)$ pase “próxima a los pueblos $C_1 = (4, 1)$ y $C_2 = (3, 2)$. Por razones de índole técnica, el trazado de la vía debe coincidir con la gráfica de una función de la forma

$$F(x) = a + bx + cx^2, \quad (a, b, c \in R)$$

Con objeto de simplificar el proceso de cálculo, se decide que la mejor vía es aquella que minimiza el valor de S , donde

$$S = (1 - F(4))^2 + (2 - F(3))^2$$

Calcular a, b, c .

7)

- a) Plantear y resolver teóricamente el problema del ajuste mínimo-cuadrático a una colección de puntos del plano $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ mediante una función del tipo $F(x) = a \cdot \phi(x)$ siendo ϕ una función conocida.
- b) Se han tomado los tiempos (en segundos) de ejecución de un programa sobre x datos de entrada para diversos valores de x , obteniéndose la siguiente tabla:

$$\{(x = 10, t = 15), (20, 51), (30, 152), (40, 300)\}$$

Determinar la función $t(x) = x^a$ de ajuste mínimo-cuadrático con linealización de los datos y estimar el tiempo de ejecución para $x = 25$.

- 8) Dados los puntos $\{(1, 0.5), (2, 1.7), (3, 3.4), (4, 5.7), (5, 8.4)\}$ obtener la función $F(x) = a \cdot x^b$ que aproxima tales puntos utilizando el método de ajuste mínimo-cuadrático con linealización.

- 9) En un mapa de carreteras tenemos cuatro pueblos situados en las coordenadas :

$$\{(1, 0.3), (2, 1.9), (3, 4.3), (4, 7.6)\}$$

Encontrar la ecuación de la carretera de la forma $F(x) = a \cdot e^{bx}$ que aproxima dichos pueblos utilizando el método de ajuste mínimo-cuadrático con linealización de los datos.

- 10) Si una población tiene un crecimiento logístico y no puede superar la cantidad de 1000 individuos, entonces el número P de individuos en un instante t viene dado por la expresión:

$$P(t) = \frac{1000}{1 + c \cdot e^{At}}$$

Aproximar mediante el método de mínimos cuadrados con linealización el valor de c y A para los datos siguientes:

t	0	1	2	3	4
p	200	400	650	850	950

