



Titulación: Ingeniero Geólogo

Asignatura: Análisis Numérico

Autor: César Menéndez

Sistemas no lineales

Planificación:

2 Teoría+1 Prácticas+1 Laboratorio

Materiales:

MATLAB

Conocimientos previos:

T^{mas}. de Cálculo de Varias variables



Descripción del problema

Descripción

Objetivos

Temario

Bibliografía

- Resolución de sistema no lineal de ecuaciones

$$\mathbf{F} : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N / \mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0$$

- Problema bien planteado: existencia y unicidad de solución (condiciones de F)
- Solución analítica o calculable

- Métodos iterativos

- Criterios de Convergencia

$$\|\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(n)})\| < \varepsilon \quad \|\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(n)}\| < \varepsilon \quad \|\mathbf{X}^{(n)} - \mathbf{X}^{(n-1)}\| < \varepsilon$$

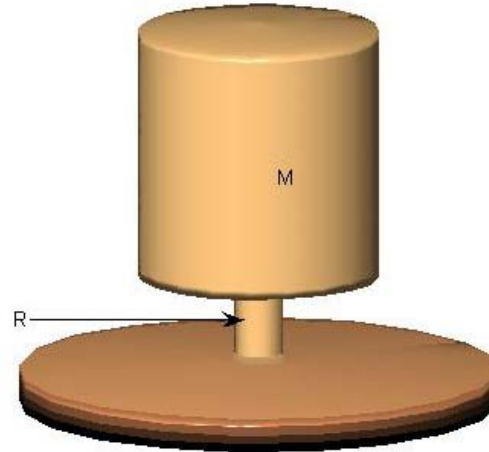
- Velocidad
- Estabilidad (propagación de errores)

**Descripción**

Ejemplo

Objetivos**Temario****Bibliografía**

Ejemplo



- La presión necesaria para hundir una carga de masa M con una base de radio R en un terreno blando a una profundidad d se puede aproximar por la ecuación

$$p = k_1 e^{k_2 R} + k_3 R$$

- Las constantes dependen de d y del suelo, pero no de R .
- Ensayo con tres placas pequeñas

$$\begin{cases} m_1 = k_1 e^{k_2 R_1} + k_3 R_1 \\ m_2 = k_1 e^{k_2 R_2} + k_3 R_2 \\ m_3 = k_1 e^{k_2 R_3} + k_3 R_3 \end{cases}$$

- ¿Tamaño mínimo de la placa para sostener una carga determinada?



Objetivos

📁 Descripción

📁 **Objetivos**

📁 Temario

📁 Bibliografía

- Entender los métodos para sistemas como una generalización de los vistos para ecuaciones no lineales, con sus ventajas e inconvenientes
- Comprender la relación entre el problema de la resolución de un sistema no lineal y un problema de búsqueda de extremos.
- Diferenciar los métodos de iteración funcional de los métodos basados en la optimización



Definiciones (I)

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- Sistema de ecuaciones no lineales

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad \text{con } f_k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \leftrightarrow F(X) = 0 \text{ con } F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

– f_k :funciones coordenadas de F

- La función $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ tiene límite L en X_0 si

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta / X \in D \wedge \|X - X_0\| < \delta \Rightarrow |f(X) - L| < \varepsilon$$

- La función $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es continua en X_0 si

$$\exists \lim_{X \rightarrow X_0} f(X) = f(X_0)$$

- La función $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es continua en D si lo es en todos los puntos de D .



Definiciones (II)

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- La función $F : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ con $F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_n(X))$ tiene límite L en X_0 si
$$\lim_{X \rightarrow X_0} F(X) = L = (L_1, L_2, \dots, L_n)$$

donde L_i son los límites de sus respectivas funciones coordenadas

- La función $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es continua en $X_0 \in D$, si existen constantes $\alpha, K > 0$ tales que

$$\forall K > 0 \exists \delta / X \in D \wedge \|X - X_0\| < \delta \Rightarrow \left| \frac{\partial f(X)}{\partial X_j} \right| \leq K, \quad j = 1, 2, \dots, n$$



Definiciones y Teoremas

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- La función $G : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ tiene un punto fijo en $P \in D$ si $G(P) = P$
- Sea $D = \{[a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \cdots [a_n, b_n]\}$ y $G : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ continua en D , si $\forall X \in D : G(X) \in D$ entonces G tiene un punto fijo en D .

Si además G tiene derivadas parciales continuas y existe un valor $K < 1$ que cumple

$$\forall X \in D : \left| \frac{\partial g_i(X)}{\partial X_j} \right| \leq \frac{K}{n}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

- Entonces el punto fijo P es único y para cualquier valor $X_0 \in D$ la sucesión $X^{(n)} = G(X^{(n-1)})$ converge al punto fijo y verifica

$$\|P - X^{(n)}\|_{\infty} \leq \frac{K^n}{1 - K} \|X^{(1)} - X^{(0)}\|_{\infty}$$



Condiciones de Punto Fijo: Ejemplo (I)

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- Sistema no lineal

$$\begin{cases} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} = 0 \\ x_1^2 - 81(x_2 + 0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 = 0 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} = 0 \end{cases} \quad \text{con } D = \{[-1, 1]^3\}$$

- Planteamiento de punto fijo

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \cos(x_2 x_3) + \frac{1}{6} \\ x_2 = \frac{1}{9} \sqrt{x_1^2 + \sin x_3 + 1.06} - 0.1 \\ x_3 = -\frac{1}{20} e^{-x_1 x_2} - \frac{10\pi - 3}{60} \end{cases}$$



Condiciones de Punto Fijo: Ejemplo (II)

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

Continuidad

$$\begin{cases} |g_1(x)| = \left| \frac{1}{3} \cos(x_2 x_3) + \frac{1}{6} \right| \leq \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \leq \frac{1}{2} \in [-1, 1] \\ |g_2(x)| = \left| \frac{1}{9} \sqrt{x_1^2 + \sin x_3 + 1.06} - 0.1 \right| \leq \frac{1}{9} \sqrt{1 + \sin 1 + 1.06} - 0.1 \leq 0.09 \in [-1, 1] \\ |g_3(x)| = \left| -\frac{1}{20} e^{-x_1 x_2} - \frac{10\pi - 3}{60} \right| \leq \frac{1}{20} e + \frac{10\pi - 3}{60} \leq 0.61 \in [-1, 1] \end{cases}$$

Contractividad

$$\left| \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right| = \left| \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right| = \left| \frac{\partial g_3}{\partial x_3} \right| = 0$$

$$\left| \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right| = \frac{1}{3} |x_3| |\sin(x_2 x_3)| \leq \frac{1}{3} \sin(1) < 0.281$$

$$\left| \frac{\partial g_1}{\partial x_3} \right| = \frac{1}{3} |x_2| |\sin(x_2 x_3)| \leq 0.281$$

$$\left| \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right| = \frac{|x_1|}{9 \sqrt{x_1^2 + \sin x_3 + 1.06}} < \frac{1}{9 \sqrt{\sin(-1) + 1.06}} < 0.238$$

$$\left| \frac{\partial g_2}{\partial x_3} \right| = \frac{|\cos x_3|}{18 \sqrt{x_1^2 + \sin x_3 + 1.06}} \leq 0.119$$

$$\left| \frac{\partial g_3}{\partial x_1} \right| = \frac{|x_2|}{20} e^{-x_1 x_2} \leq \frac{e}{20} < 0.14$$

$$\left| \frac{\partial g_3}{\partial x_2} \right| = \frac{|x_1|}{20} e^{-x_1 x_2} \leq 0.14$$

Y puesto que las derivadas son continuas, existe un único punto fijo



Comentarios

- Comparando con sistemas lineales, se pueden considerar los siguientes esquemas, aunque no hay teoremas sobre su convergencia

– Jacobi	$\begin{cases} X_1^{(k+1)} = g_1(X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \\ X_2^{(k+1)} = g_2(X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \\ \vdots \\ X_n^{(k+1)} = g_n(X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \end{cases}$
– Gauss Seidel	$\begin{cases} X_1^{(k+1)} = g_1(X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \\ X_2^{(k+1)} = g_2(X_1^{(k+1)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \\ \vdots \\ X_n^{(k+1)} = g_n(X_1^{(k+1)}, X_2^{(k+1)}, X_3^{(k+1)}, \dots, X_n^{(k)}) \end{cases}$
– Relajación	$\begin{cases} X_1^{(k+1)} = (1-\omega)X_1^{(k)} + \omega g_1(X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \\ X_2^{(k+1)} = (1-\omega)X_2^{(k)} + \omega g_2(X_1^{(k+1)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}, \dots, X_n^{(k)}) \\ \vdots \\ X_n^{(k+1)} = (1-\omega)X_n^{(k)} + \omega g_n(X_1^{(k+1)}, X_2^{(k+1)}, X_3^{(k+1)}, \dots, X_n^{(k)}) \end{cases}$

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía



Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

Ejemplo: Iteraciones (I)

$$x^{(0)} = (0, 0, 0)^T \quad x = (0.5, 0, \frac{-\pi}{6})^T = (0.5, 0, -0.5235987757\dots)^T$$

Jacobi

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{1}{3} \cos(x_2^{(0)} x_3^{(0)}) + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cos(0) + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \\ x_2^{(1)} = \frac{1}{9} \sqrt{(x_1^{(0)})^2 + \sin x_3^{(0)} + 1.06} - 0.1 = \frac{1}{9} \sqrt{1.06} - 0.1 = 0.014396 \\ x_3^{(1)} = -\frac{1}{20} e^{-x_1^{(0)} x_2^{(0)}} - \frac{10\pi - 3}{60} = -\frac{1}{20} - \frac{10\pi - 3}{60} = -0.5236 \end{cases}$$

Gauss Seidel

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \frac{1}{3} \cos(x_2^{(0)} x_3^{(0)}) + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cos(0) + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \\ x_2^{(1)} = \frac{1}{9} \sqrt{(x_1^{(1)})^2 + \sin x_3^{(0)} + 1.06} - 0.1 = \frac{1}{9} \sqrt{\frac{1}{4} + 1.06} - 0.1 = 0.027172 \\ x_3^{(1)} = -\frac{1}{20} e^{-x_1^{(1)} x_2^{(1)}} - \frac{10\pi - 3}{60} = -\frac{1}{20} e^{-\frac{0.0271721}{2}} - \frac{10\pi - 3}{60} = -0.52292 \end{cases}$$

Relajación (w=0.5)

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = (1-w)x_1^{(0)} + w\left(\frac{1}{3} \cos(x_2^{(0)} x_3^{(0)}) + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \cos(0) + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{4} \\ x_2^{(1)} = (1-w)x_2^{(0)} + w\left(\frac{1}{9} \sqrt{(x_1^{(1)})^2 + \sin x_3^{(0)} + 1.06} - 0.1\right) = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} \sqrt{\frac{1}{4} + 1.06} - 0.1\right) = 0.0088601 \\ x_3^{(1)} = (1-w)x_3^{(0)} + w\left(-\frac{1}{20} e^{-x_1^{(1)} x_2^{(1)}} - \frac{10\pi - 3}{60}\right) = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{20} e^{-\frac{0.0088601}{4}} - \frac{10\pi - 3}{60}\right) = -0.26174 \end{cases}$$



Ejemplo: Iteraciones (II)

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

Método	X_1	X_2	X_3	
Jacobi	0.5000	0.5000	0.5000	
	0.0144	0	0.0000	
	-0.5236	-0.5232	-0.5236	
G-Seidel	0.5000	0.5000	0.5000	
	0.0272	0.0000	0.0000	
	-0.5229	-0.5236	-0.5236	
SOR (w=0.5)	0.2500	0.3750	0.4375	0.4995
	0.0089	0.0083	0.0060	0.0001
	-0.2617	-0.3926	-0.4580	-0.5231
				(11 iter)



Método de Newton

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- Esquema

$$G(X) = X - J_F(X)^{-1} F(X) \quad \text{con} \quad J_F(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

- Inconvenientes

- Condiciones de convergencia
 - Jacobiano no nulo
 - Buena aproximación inicial
- Cálculo e Inversión del Jacobiano en cada paso

$$J_F(X^{(n)})Y = -F(X^{(n)})$$

$$X^{(n+1)} = X^{(n)} + Y$$



Ejemplo: Iteraciones

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

$$F(X) = \begin{pmatrix} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} \\ x_1^2 - 81(x_2 + 0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix}$$

$$J_F(X) = \begin{pmatrix} 3 & x_3 \sin(x_2 x_3) & x_3 \sin(x_2 x_3) \\ 2x_1 & -192(x_2 + 0.1) & \cos x_3 \\ -x_2 e^{-x_1 x_2} & -x_1 e^{-x_1 x_2} & 20 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} J_F(X^{(n)})Y &= -F(X^{(n)}) \\ X^{(n+1)} &= X^{(n)} + Y \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -19.2 & 1 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix} Y = - \begin{pmatrix} -1 - \frac{1}{2} \\ -81(0.1)^2 + 1.06 \\ 1 + \frac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$X^{(1)} = X^{(0)} + Y = Y = \begin{pmatrix} 0.5000 \\ -0.0169 \\ -0.5236 \end{pmatrix}$$

0.5000	0.5000	0.5000
0.0017	0.0000	0.0000
-0.5236	-0.5236	-0.5236



Métodos Cuasi-Newton: Broyden

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi-Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- Pretenden evitar el calculo del Jacobiano
- No corrigen los errores de redondeo
- Generalización de la “secante”

$$f'(x^{(1)}) \approx \frac{f(x^{(1)}) - f(x^{(0)})}{x^{(1)} - x^{(0)}} \leftrightarrow A_1 (X^{(1)} - X^{(0)}) = F(X^{(1)}) - F(X^{(0)})$$

- Esquema

$$A_n (X^{(n)}) Y_n = -F(X^{(n)})$$

$$X^{(n+1)} = X^{(n)} + Y_n$$

$$\text{Donde } A_0 = J(X^{(0)})$$

$$A_n = A_{n-1} + \frac{F(X^{(n)}) - F(X^{(n-1)}) - A_{n-1}(X^{(n)} - X^{(n-1)})}{\|X^{(n)} - X^{(n-1)}\|_2^2} (X^{(n)} - X^{(n-1)})^T$$

Realmente se calcula directamente $(A_n)^{-1}$



Ejemplo

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_N
0.5000	0.5001	0.5006	0.5022	0.5067		∞
-0.0169	-0.0015	-0.0030	-0.0060	-0.0120		∞
-0.5236	-0.5241	-0.5242	-0.5238	-0.5219		∞



Métodos de máximo descenso

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

- Relaciona la resolución de un sistema con la minoración de una función

$$F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n / F(X) = 0 \leftrightarrow H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} / \min_{X \in \mathbb{R}^n} H(X)$$

$$H(X) = F(X)^T F(X) = \sum_{i=1}^n (f_i(X))^2$$

- Algoritmo
 - Evaluar $H(X)$ en un valor inicial $X^{(0)}$
 - Determinar una dirección desde $X^{(0)}$ que disminuya el valor de $H(X)$
 - Desplazarse adecuadamente en esa dirección obteniendo $X^{(1)}$

- Se define el gradiente de $H(X)$ mediante

$$\nabla H(X) = \left(\frac{\partial H(X)}{\partial x_1}, \frac{\partial H(X)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial H(X)}{\partial x_n} \right)$$

- Esquema

$$X^{(n+1)} = X^{(n)} - \alpha \nabla H(X^{(n)}) \quad \text{donde} \quad \nabla H(X) = 2J(X)^T F(X)$$

$$\min_{\alpha} h(\alpha) = \min_{\alpha} H(X^{(n)} - \alpha \nabla H(X^{(n)})) \rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_3 / h(\alpha_3) < h(\alpha_1) \rightarrow \min \text{ Parabola} \\ \alpha_2 = \frac{\alpha_3}{2} \end{cases}$$



Ejemplo: Iteraciones (I)

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

$$H(X) = \begin{pmatrix} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} \\ x_1^2 - 81(x_2 + 0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} \\ x_1^2 - 81(x_2 + 0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix}$$

$$\nabla H(X) = 2 \begin{pmatrix} 3 & x_3 \sin(x_2 x_3) & x_3 \sin(x_2 x_3) \\ 2x_1 & -192(x_2 + 0.1) & \cos x_3 \\ -x_2 e^{-x_1 x_2} & -x_1 e^{-x_1 x_2} & 20 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} \\ x_1^2 - 81(x_2 + 0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 \\ e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix}$$

$$H(X^{(0)}) = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0.25 \\ \frac{10\pi}{3} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0.25 \\ \frac{10\pi}{3} \end{pmatrix} = 111.975$$

$$\nabla H(X^{(0)}) = 2 \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -192(0.1) & 1 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0.25 \\ \frac{10\pi}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.02145 \\ -0.01931 \\ 0.99958 \end{pmatrix}$$



Ejemplo

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

$$h(\alpha) = H\left(X^{(0)} - \alpha \nabla H(X^{(0)})\right) = H\left(\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0.25 \\ \frac{10\pi}{3} \end{pmatrix} - \alpha \begin{pmatrix} -0.02145 \\ -0.01931 \\ 0.99958 \end{pmatrix}\right) = H\left(\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} + 0.02145\alpha \\ 0.25 + 0.01931\alpha \\ \frac{10\pi}{3} - 0.99958\alpha \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\left(-\frac{3}{2} + 0.02145\alpha\right) - \cos\left(\left(0.25 + 0.01931\alpha\right)\left(\frac{10\pi}{3} - 0.99958\alpha\right)\right) - \frac{1}{2} \\ \left(-\frac{3}{2} + 0.02145\alpha\right)^2 - 81\left(\left(0.25 + 0.01931\alpha\right) + 0.1\right)^2 + \sin\left(\frac{10\pi}{3} - 0.99958\alpha\right) + 1.06 \\ e^{-\left(-\frac{3}{2} + 0.02145\alpha\right)\left(0.25 + 0.01931\alpha\right)} + 20\left(\frac{10\pi}{3} - 0.99958\alpha\right) + \frac{10\pi - 3}{3} \end{pmatrix}^T \quad (\Xi)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0.0 \rightarrow h(\alpha_1) = 111.975 \\ \alpha_3 = 1.0 \rightarrow h(\alpha_3) = 93.5649 \rightarrow \min_{\alpha} h(\alpha) = h(0.5229) = 2.32762 \\ \alpha_2 = 0.5 \rightarrow h(\alpha_2) = 2.53557 \end{cases}$$

$$X^{(1)} = X^{(0)} - \alpha \nabla H(X^{(0)}) = (0, 0, 0)^T - (0.5229)(-0.02145, -0.01931, 0.99958)^T$$

$$= (-0.0112182, -0.0100964, -0.522741)^T$$

$$H(X^{(1)}) = 2.32762$$



Ejemplo

Descripción

Objetivos

Temario

Introducción

Pto. Fijo

Newton

Cuasi- Newton

Max. Descenso

Bibliografía

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{44}
0.0112	0.1379	0.2670	0.2727	0.3087	0.3143	0.4666
0.0101	-0.2055	0.0055	-0.0081	-0.0204	-0.0147	-0.0020
-0.5227	-0.5221	-0.5585	-0.5220	-0.5331	-0.5209	-0.5245
111.974	2.3276	1.2741	1.0681	0.4683	0.3811	0.0104