

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Cálculo Numérico	Página 1 de 3
	Tema	Sistemas Lineales lineales (Pivoteo)	
	Examen	Diciembre 2000	
	Autor	César Menéndez Fernández	

Ejercicio 1.- Dado el sistema lineal
$$\begin{cases} 4x + y + 2z = 9 \\ 2x + 4y - z = -5, \\ x + y - 3z = -9 \end{cases}$$

- (a) Resolverlo mediante el método de Gauss con aritmética exacta y sin pivoteo.
- (b) Resolverlo mediante el método de Gauss con pivoteo simple o parcial y redondeo de dos cifras significativas.
- (c) Resolverlo mediante el método de Gauss con pivoteo doble o total parcial y redondeo de dos cifras significativas.
- (d) Habría algún método iterativo que fuera convergente. Justifíquese sin calcular el radio espectral de la matriz de iteración.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Cálculo Numérico	Página 2 de 3
	Tema	Sistemas Lineales lineales (Pivoteo)	
	Autor	César Menéndez Fernández	

Ejercicio 2.- Para la construcción de una presa, un ingeniero requiere 2130, 2850 y 3120 m³ de arena, trito y grava respectivamente. Tiene en las proximidades 3 canteras que le suministran áridos con la siguiente proporción volumétrica de materiales:

	% Arena	% Trito	% Grava
Cantera 1	70	10	20
Cantera 2	10	60	30
Cantera 3	20	30	50

- Plantear el sistema lineal de ecuaciones.
- Resolver el sistema utilizando el método de Gauss con pivote doble de forma exacta.
- ¿Sería posible resolver el sistema utilizando el método de Jacobi?. En caso afirmativo, ¿se podría determinar el número de iteraciones para obtener la solución con error determinado?. ¿Cuántas serían necesarias para un error menor que 0.01?.

Ejercicio 3.- Dado el sistema lineal
$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/3 \\ 1/3 & 1/4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/63 \\ 1/168 \end{pmatrix}$$

- Seleccionar justificadamente el método de factorización más adecuado para resolver el sistema.
- Resolver el sistema por Gauss, de forma exacta y utilizando aritmética de 3 cifras decimales.
- Calcular el condicionamiento del sistema. ¿Es razonable el error existente entre la solución exacta y aproximada?.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Cálculo Numérico	Página 3 de 3
	Tema	Sistemas Lineales lineales (Pivoteo)	
	Examen	Diciembre 2000	
	Autor	César Menéndez Fernández	

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- Ejercicio 4.-** Dado el sistema $Ax = b$, donde
- Obtener el polinomio característico de la matriz del sistema y acotar sus raíces utilizando valores enteros.
 - Seleccionar justificadamente el método de factorización más adecuado y utilizarlo para resolver el sistema
 - Calcular $\|A\|_1$, $\|A\|_2$ y $\|A\|_\infty$, así como $\|b\|_1$, $\|b\|_2$ y $\|b\|_\infty$. Si se cambia el segundo miembro por $\tilde{b}^T = (0.1 \quad 0.1 \quad 3.9)$, ¿Cuál sería el máximo error esperado de la solución según $\|\cdot\|_1$?
 - Obtener las matrices del método de Jacobi. Justificar si el método es convergente y, en caso afirmativo, ¿Cuántas iteraciones son necesarias para asegurar un error menor que 0.01 utilizando $\|\cdot\|_\infty$ y partiendo del vector nulo?