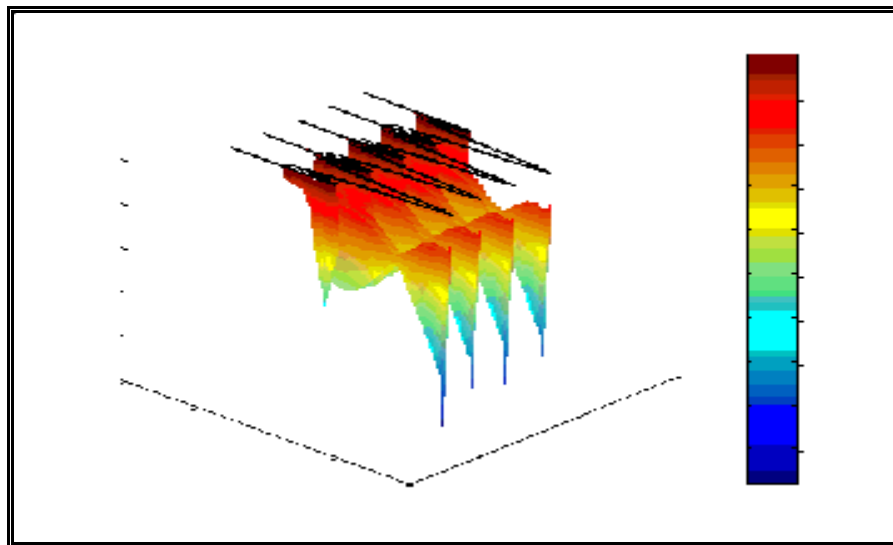


Tensiones en un Puente



Trabajo de Simulación Numérica
Bruno Sánchez-Andrade Nuño
brunosan@amena.com
Gijón, miércoles, 2 de julio de 2003
[Realizado sobre OpenOffice.org]

Gijón, domingo, 6 de julio de 2003

[Documento creado con *OpenOffice*]

Índice de contenido

Introducción.....	2
Consideraciones.....	3
Algoritmo del proceso de estudio.....	3
Puente N°1 (5 pilares, 4 arcos).....	6
Puente N° 2 (3 pilares, 4 arcos).....	8
Puente N° 3 (2 pilares, 4 arcos).....	10
Puente N° 4 (1 pilar, 4 arcos).....	11
Puente N° 5 (3 pilares, 2 arcos).....	12
Puente N° 6 (1 pilar, 2 arcos).....	13
Puente N° 7 (2 pilares, 1 arco central).....	15
Conclusiones.....	17

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Dibujado del contorno.....	4
Ilustración 2. Definición de las fronteras.....	4
Ilustración 3. Definición de propiedades.....	5
Ilustración 4. Obtención del mallado.....	5
Ilustración 5. Resultado de deformaciones y vectores de fuerza.....	6
Ilustración 6. Deformaciones del 1º Puente.....	7
Ilustración 7. 1º Puente con vectores de desplazamiento normalizados.....	7
Ilustración 8. Modelo de Tirantes.....	8
Ilustración 9. Deformaciones del 2º Puente.....	9
Ilustración 10. 2º Puente con desplazamientos ampliados.....	9
Ilustración 11. Deformaciones del 3º Puente.....	10
Ilustración 12. 3º Puente con desplazamientos ampliados.....	11
Ilustración 13. Deformaciones del 4º Puente.....	12
Ilustración 14. Deformaciones del 5º Puente.....	13
Ilustración 15. Deformaciones del 6º Puente.....	14
Ilustración 16. 6º Puente con vectores normalizados.....	15
Ilustración 17. Deformaciones del 7º Puente.....	16
Ilustración 18. Detalle del 7º puente. autosustentación.....	17
Ilustración 19. Von mises 1º Puente.....	18
Ilustración 20. Von mises 2º Puente.....	18
Ilustración 21. Von mises 3º Puente.....	18
Ilustración 22. Von mises 4º Puente.....	18
Ilustración 23. Von mises 5º Puente.....	18
Ilustración 24. Von mises 6º Puente.....	18

Índice de tablas

Tabla 1. Valores utilizados.....	2
Tabla 2. Tipos de puente estudiados.....	3
Tabla 3. Comparativa.....	18

1.-Introducción

Éste es un pequeño estudio sobre la distribución de las tensiones en un puente, tratando de estudiar la importancia de las vigas intermedias de acero, así como el número de apoyos del puente.

Para llevarlo a cabo se tomarán valores medios del módulo de Young, coeficiente de Poisson y densidad del acero y del hormigón, tal y como se referencia en las páginas Web de distintos fabricantes de materiales estructurales.

Para el caso del acero se ha tomado un tipo que no es el empleado para la construcción de puentes, sino más bien enfocado al blindaje de estructuras y vehículos, (el motivo de su utilización es que fue el primer sitio donde se encontraron todos los datos que se necesitaban) sin embargo, los valores de estas tres magnitudes no deberían alejarse sustancialmente, ya que la principal variación se basa en la plasticidad del material y no en su densidad ni rigidez estructural. Lo mismo nos ocurre con el Hormigón, el cual en un puente va reforzado con varillas de acero en su interior, para conferirle una mayor rigidez y evitar que los esfuerzos de tracción resquebrajen toda la estructura.

Los valores que tomamos para nuestro estudio se reflejan en la siguiente tabla:

		Acero	Hormigón
Densidad	10^3 kg/m^3	7,75	2,15
Módulo de Young	10^9 N/m^2	200	23
Coeficiente de Poisson		0,3	0,2

Tabla 1. Valores utilizados

Para nuestro estudio se considerarán distintas geometrías de puente, para comprobar si la disposición de los pilares de acero influyen, y en qué medida sobre la distribución de tensiones del puente y, en consecuencia, en su solidez.

En cuanto a sus dimensiones, no se especifican ninguna en concreto, mas bien se presenta su relación altura-anchura. Aunque idealmente esta regla podría aplicarse a cualquier valor de la relación, esto no es, obviamente, real; ya que los valores referenciados de densidad y Young son dimensionales y no se cumple esta relación. Con esto quiero decir que la proporcionalidad de la longitud (y por tanto la convexidad en los tramos horizontales) no es inversa a la de la altura, como es obvio, sino que lo es a la del módulo de Young y la densidad.

Al dibujar asumimos las unidades presentadas como las métricas de los valores numéricos que luego introducimos, así **que pueden considerar los ejes en metros**, obteniéndose así las dimensiones de las estructuras y sus partes. Típicamente de 40 metros de orilla a orilla. Unos pilares de 0.5 metros de ancho y 3 de alto (quizá demasiado estilizados para ser reales).

Los modelos de puente a considerar son:

<i>Puente</i>	<i>Pilares [Acero]</i>	<i>Arcos</i>	<i>Extremos (fijos)</i>
1	5	4	2 pilares
2	3	4	
3	2	4	
4	1	4	
5	3	2	
6	1	2	
7	2	1	2 medios arcos

Tabla 2. Tipos de puente estudiados

2.-Consideraciones

Ha de señalarse que esto es un somero y sencillo estudio de este tipo de fenómeno, las tensiones producidas por una estructura de la forma de un puente, en su aproximación a 2 dimensiones, en condiciones ideales, estáticas, aisladas, sin histéresis elásticas ni otros fenómenos reales.

Entre otras cosas no se estudia la estabilidad en función de su frecuencia natural de vibración fenómeno de gran importancia que incluso ha hecho que puentes como el de Tacoma Narrows en los EEUU se derrumbase a causa de que el viento circundante sostenía una frecuencia de cambio parecida a la de la estructura. Este fenómeno ha de ser minuciosamente estudiado y tenido en cuenta. Para ello incluso se llegan a añadir una especie de alerones en los cantos longitudinales del puente.

3.-Algoritmo del proceso de estudio

Todos los puentes presentan la misma longitud y altura total, pese a lo que pueda aparentar en las figuras, de esta forma será más fácil estudiar las diferentes zonas de carga estructural en función de la geometría del puente.

Para se estudio utilizamos el programMATLAB, en concreto su herramientpdetool. Para su utilización hemos de dibujar el tipo de problema, los contornos de las figuras en cada caso, especificando las condiciones fronteras pertinentes. Utilizamos las condiciones de la ecuación diferencial tipo elíptica, para las condiciones frontera usamos Dirichlet o Neumann según el caso, los bordes lo consideramos fijo (supondremos que el terreno al que está anclado el puente es indeformable, de E infinito), para las columnas de acero y las zonas internas utilizamos los valores buscados.

El proceso de representa continuación, cogiendo uno de los tipos de puente como ejemplo:

1. Dibujado de la zona.

En Matlab, con el comando `pdeplot`, nos aparece el entorno gráfico de la herramienta de resolución de ecuaciones diferenciales. En el recuadro de opciones, escogemos “Structural Mech, Plain Stress”, que es nuestro caso.

Una vez hecho esto pasamos al primero de los iconos, el modo de dibujo. Con la ayuda de las elipses y los rectángulos dibujamos lo que luego cogeremos como contorno al sumar o restar, según los casos, en la fórmula de la figura.

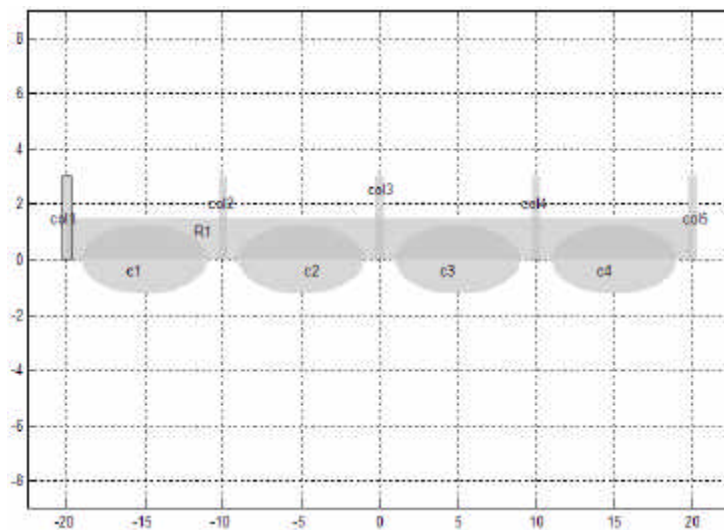


Ilustración 1. Dibujado del contorno

2. Definición de condiciones frontera.

En este modo se escogen los contornos que definen la figura del problema. Se crean los dominios separados para asignarles luego los valores y condiciones de cada caso.

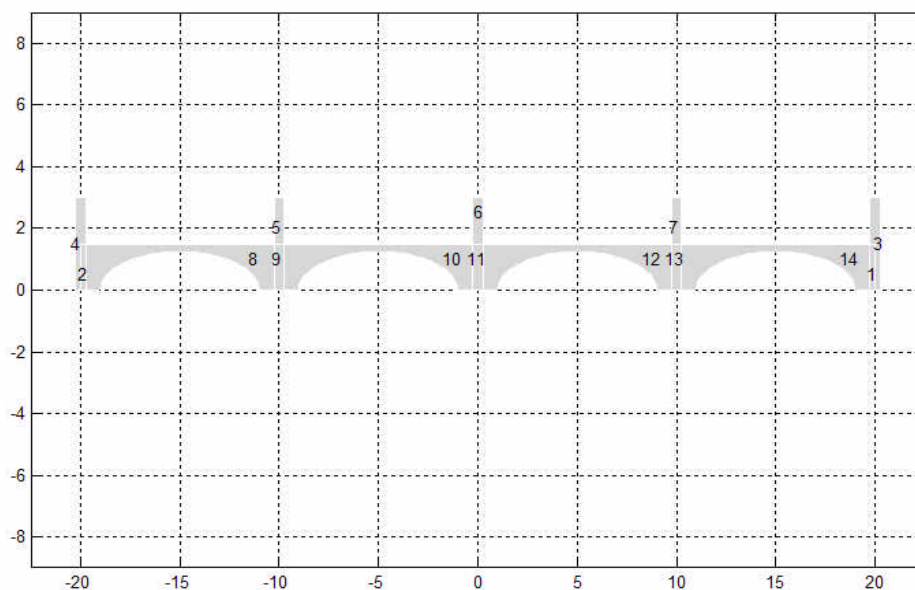


Ilustración 2. Definición de las fronteras

3. Definición de los materiales.

En este modo se van cogiendo los dominios y asignándoles el valor correspondiente según del material que se trate; utilizando los valores de la Tabla 1 (“ PDE Specification”).

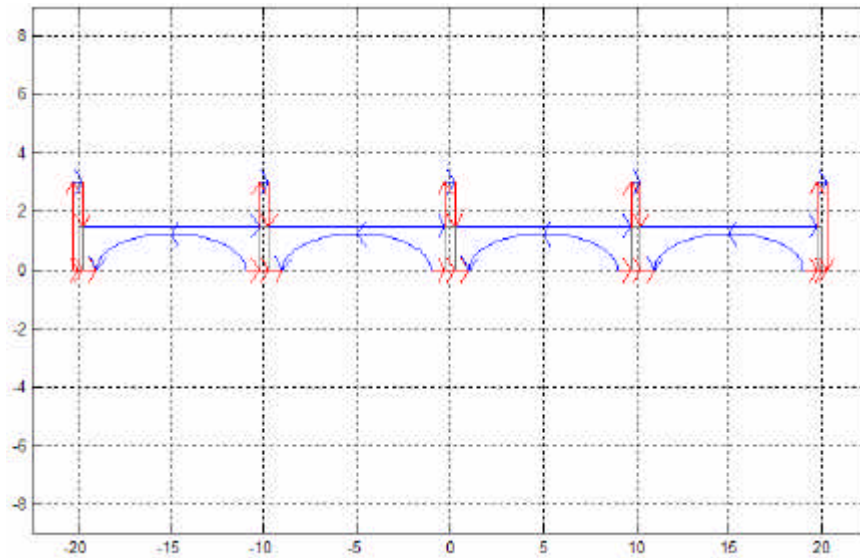


Ilustración 3. Definición de propiedades

4. Generación del mallado(Mesh).

En este modo el programa se encarga de generar un conjunto de zonas triangulares lo más uniforme posible, creando dominios de valores constantes. Se puede regenerar el mallado y afinarlo, con lo que se conseguirá una resolución más detallada, en detrimento del tiempo que lleve su resolución.

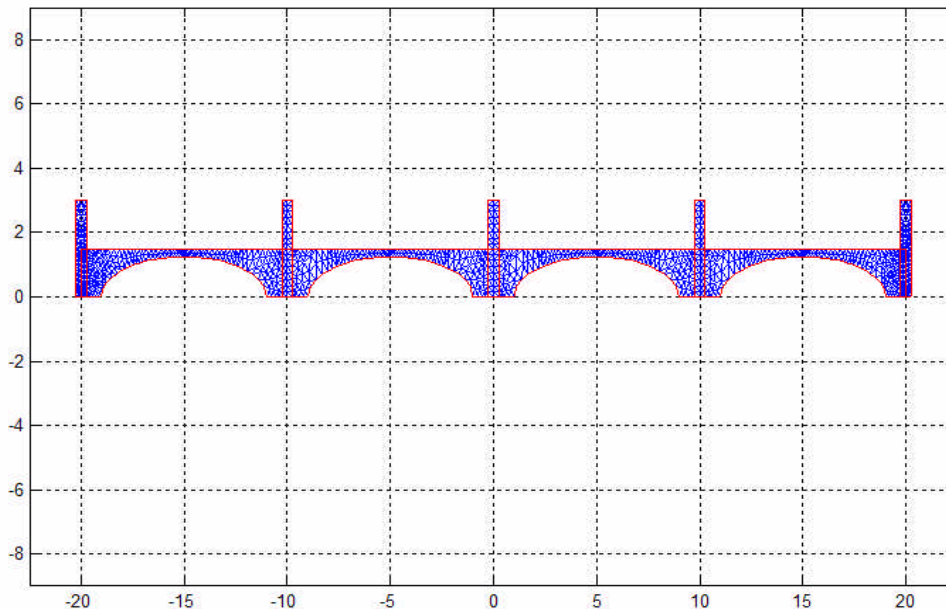


Ilustración 4. Obtención del mallado

5. Resolución y representación del resultado.

Existen multitud de posibilidades en la representación de los resultados, en cuanto a la gama de colores utilizados, los que se va a representar, vectores adicionales, en este caso se opta por representar el desplazamiento primario de esfuerzo y los vectores de fuerza. En la portada del trabajo se a incluido también un eje en la 3° dimensión con los desplazamientos secundarios. Estas figuras pueden orientarse y personalizar los valores extremos así como los títulos y otras variables.

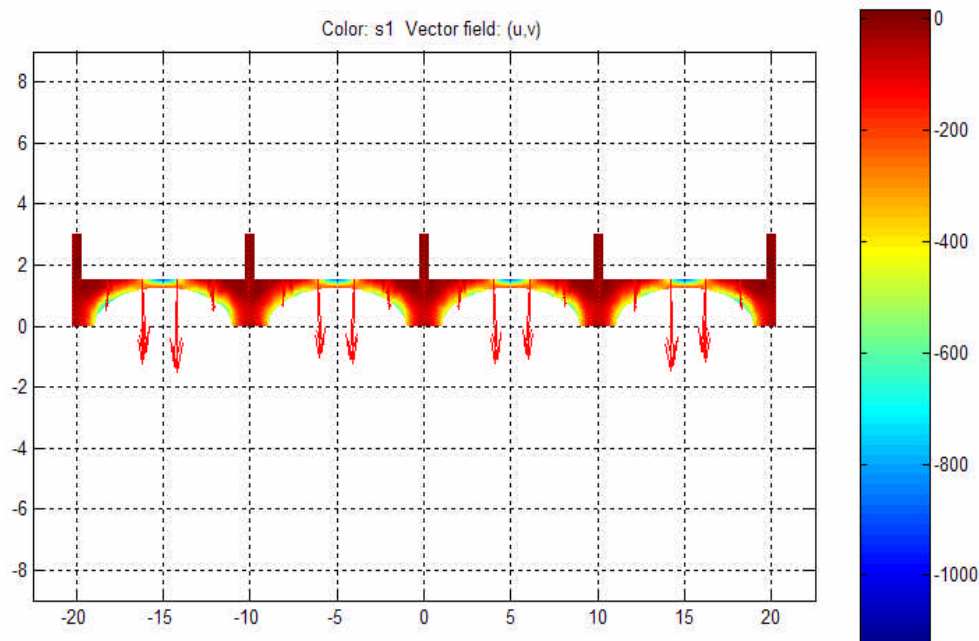


Ilustración 5. Resultado de deformaciones y vectores de fuerza

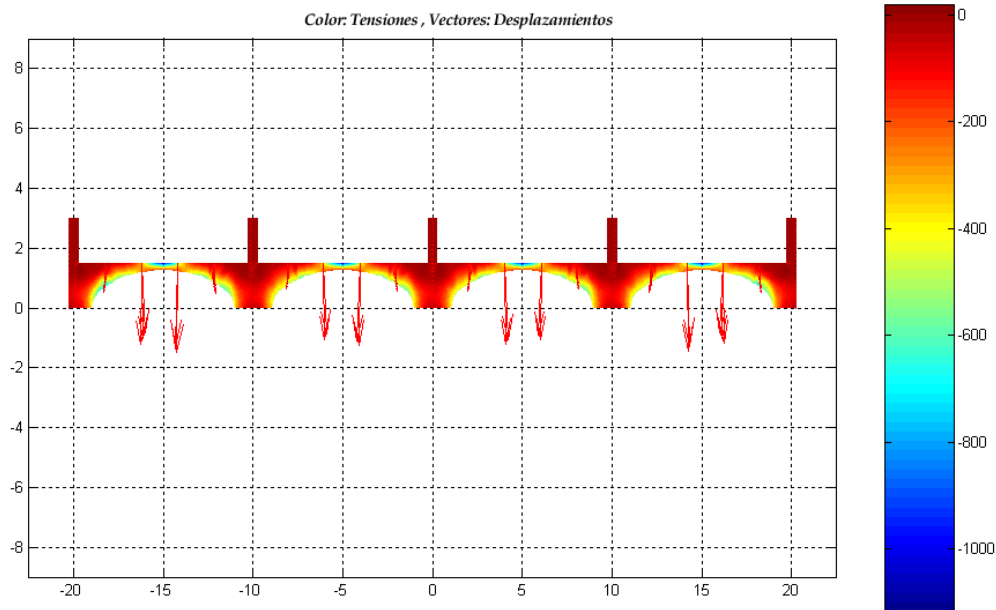
4.-Puente N°1 (5 pilares, 4 arcos)

La estructura de este puente es la siguiente, donde pueden verse las condiciones impuestas para éste:



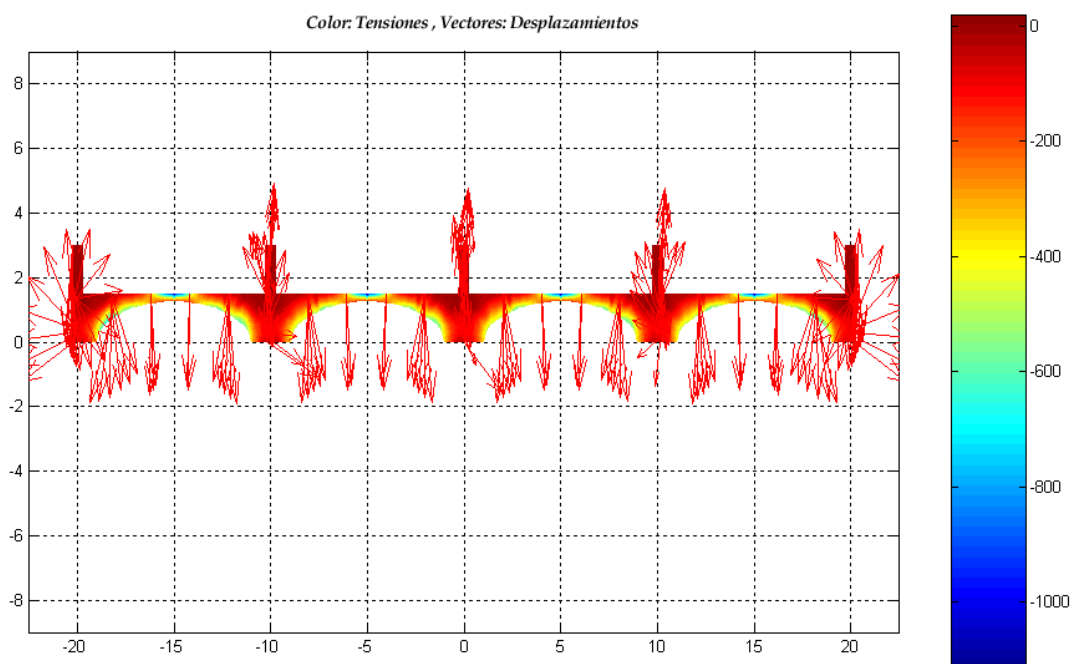
Las zonas en rojo son las impuestas como las de desplazamiento nulo (extremos laterales e inferior), las negras son de acero y las grises de hormigón.

Con el problema ya planteado usamos el Matlab para generar una solución donde se vean los esfuerzos a los que se ve sometido el material.

*Ilustración 6. Deformaciones del 1º Puente*

Como vemos, las máximas deformaciones se encuentran en los puntos centrales de cada arco, donde tenemos menos material que sustente el puente. Toda la presión recae en estos puntos (aunque aquí parezcan ser los puntos de menos tensión, en realidad eso sólo nos indica la dirección, hacia abajo, debemos quedarnos siempre con los valores absolutos), es por esto por lo que el puente puede tener problemas de robustez.

Si queremos apreciar las direcciones de deformación podemos vernos muy útil esta gráfica, aunque la magnitud de la misma no sea la correcta:

*Ilustración 7. 1º Puente con vectores de desplazamiento normalizados*

Nótese que en nuestro estudio, el puente se comba hacia abajo como consecuencia de su propio peso, por eso se instalan “tirantes” en los puentes reales que reparten el peso de toda la estructura y hacen que sean los pilares los que soporten la mayor parte de la carga del puente y su tránsito y no sólo las secciones inmersas en el hormigón.

Para simular esto no nos queda más remedio que aproximar los trozos de parábolas que se producen al tender un cable de un extremo del pilar al puente, sometido a la fuerza de la gravedad, del puente, por simples rectas, teniendo triángulos que van desde el poste de acero hasta el punto que queremos fijar.

Haremos otra aproximación, que será la de suponer que tenemos un continuo de cables tensores, con lo que la fuerza de la gravedad sobre el puente será en realidad una función de la distancia (a través del ángulo que forma con la columna de sujeción).

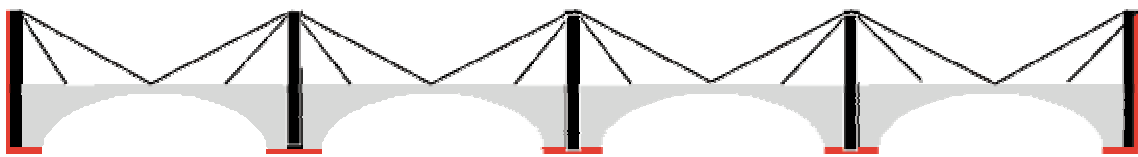
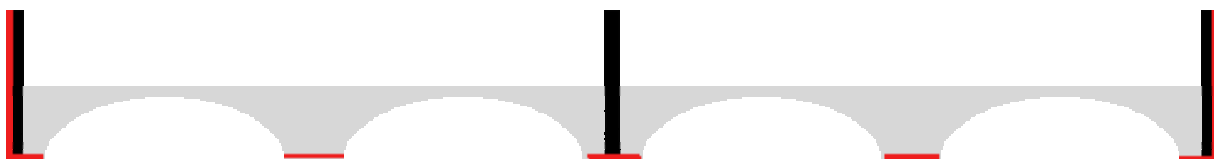


Ilustración 8. Modelo de Tirantes

Así tendremos que, siendo x la distancia desde la columna al punto que queramos. La fuerza que actuará será $g^2 = -10 \cdot 10 \cdot \sin^2 \theta$, donde h es la altura del pilar de acero y x , la posición relativa respecto de ese pilar. Nótese que hemos simplificado el módulo de la aceleración de la gravedad a 10.

5.-Puente N° 2 (3 pilares, 4 arcos)

En este caso se han suprimido dos pilares, de forma que quedan dos arcos sin dorsal de acero.



Veamos como afecta esto a la distribución de tensiones.

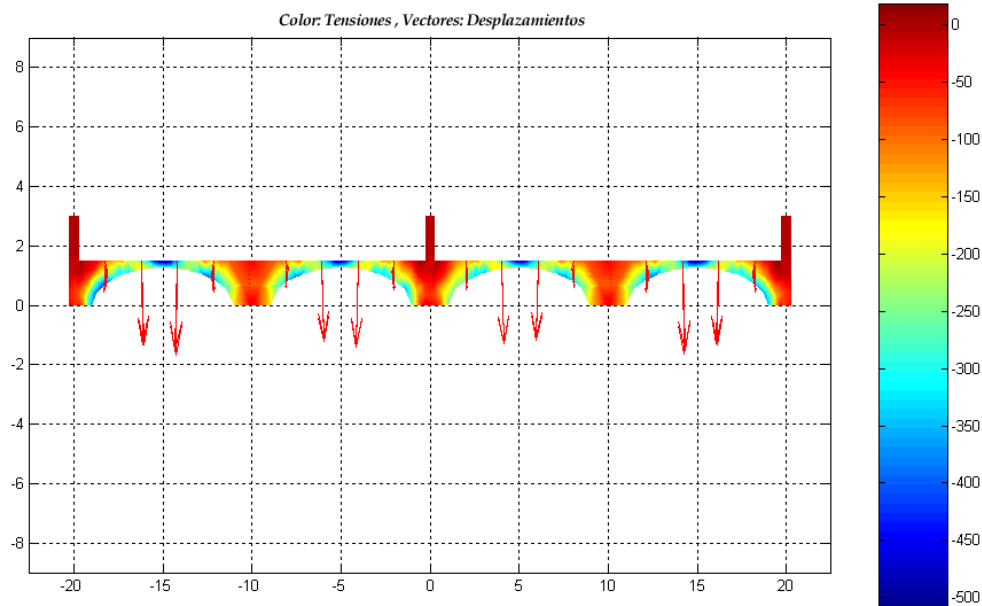


Ilustración 9. Deformaciones del 2º Puente

Vemos que, pese a seguirse la pauta general, máxima elongación en el centro, así como máxima tensión, al desaparecer los pilares intermedios la estructura parecería que debería debilitarse bastante, sin embargo, como vemos en el diagrama de tensiones, aparece una más que notable reordenación de tensiones, ya que aparecen nuevas zonas de extensión máxima, en las zonas inferiores del puente. Sin embargo, vemos que la tensión soportada por cada punto es mucho menor (la mitad que en caso anterior).

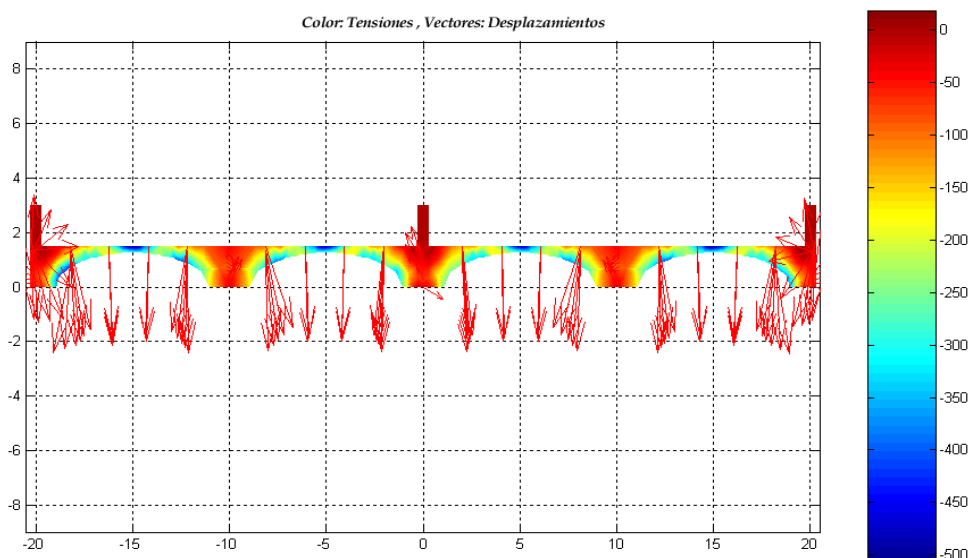


Ilustración 10. 2º Puente con desplazamientos ampliados

Observamos también una muy buena simetría en la magnitud de las elongaciones a medida

que pasamos de un arco a otro, ya que, como vemos, no todas las deformaciones son iguales, aunque mantienen una relación especular casi perfecta con respecto al pilar central.

Una vez mas una representación con los vectores desplazamiento aumentados nos ofrece mayor información:

6.- Puente N° 3 (2 pilares, 4 arcos)

Esta vez se han dejado solamente pilares acerados en los extremos, dejando el resto de hormigón.



Este puente presenta la siguiente distribución de tensiones desplazamientos:

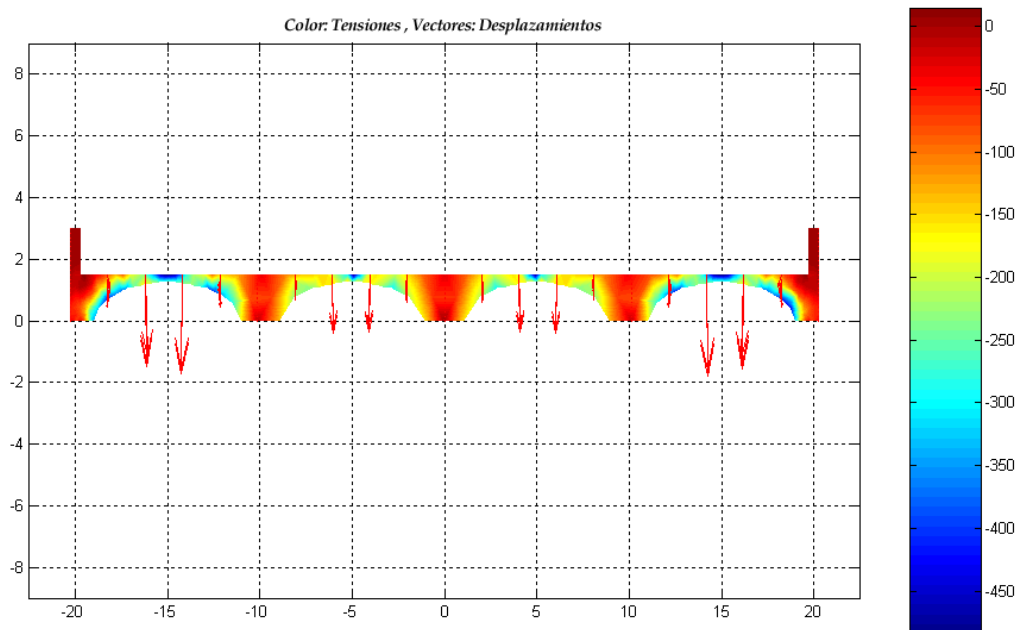
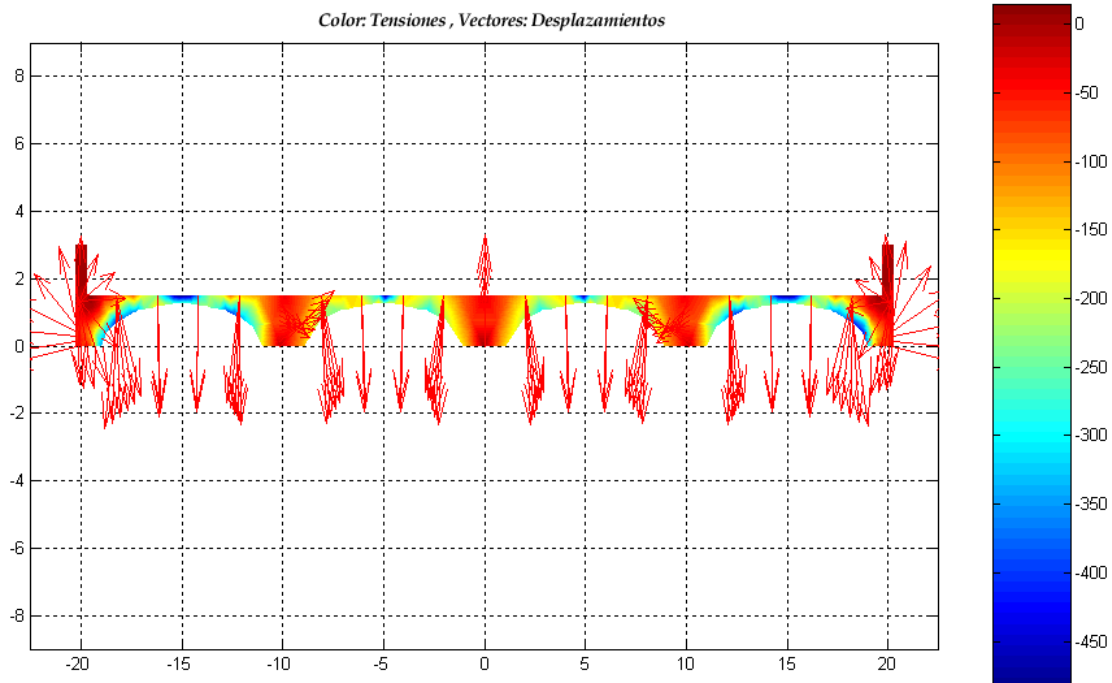


Ilustración 11. Deformaciones del 3° Puente

Hemos quitado todos los pilares interiores y se nos ha reducido al tensión máxima del puente, aunque a costa de repartir dicha carga sobre toda la estructura. Sin duda parece mejor idea este tipo de puente que el primero, ya que económicamente sale mucho más viable obtener material que no deba soportar tantos esfuerzos. Nótese que la parte más castigada del puente está en el primer arco detrás de cada pilar, con 3 puntos muy cargados, lo que hace que lleguemos a tener deformaciones importantes en esa zona.

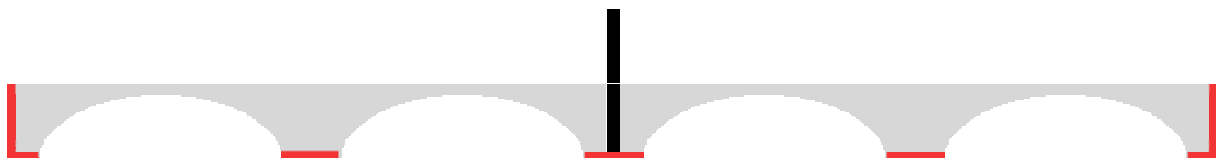
Podemos ver también que la zona de carga mínima del puente, en la zona en la que se apoya

contra el suelo ha disminuido. Si antes teníamos un cono invertido bastante abierto, ahora se nos ha reducido casi a un cilindro.



En esta gráfica podemos ver cómo el propio puente trata de levantarse a sí mismo en su tramo central sólo por el hecho de tener repartidas las tensiones de esa forma.

7.- Puente N° 4 (1 pilar, 4 arcos)



Veamos como afecta el hecho que en el tramo central tengamos el único pilar de acero.

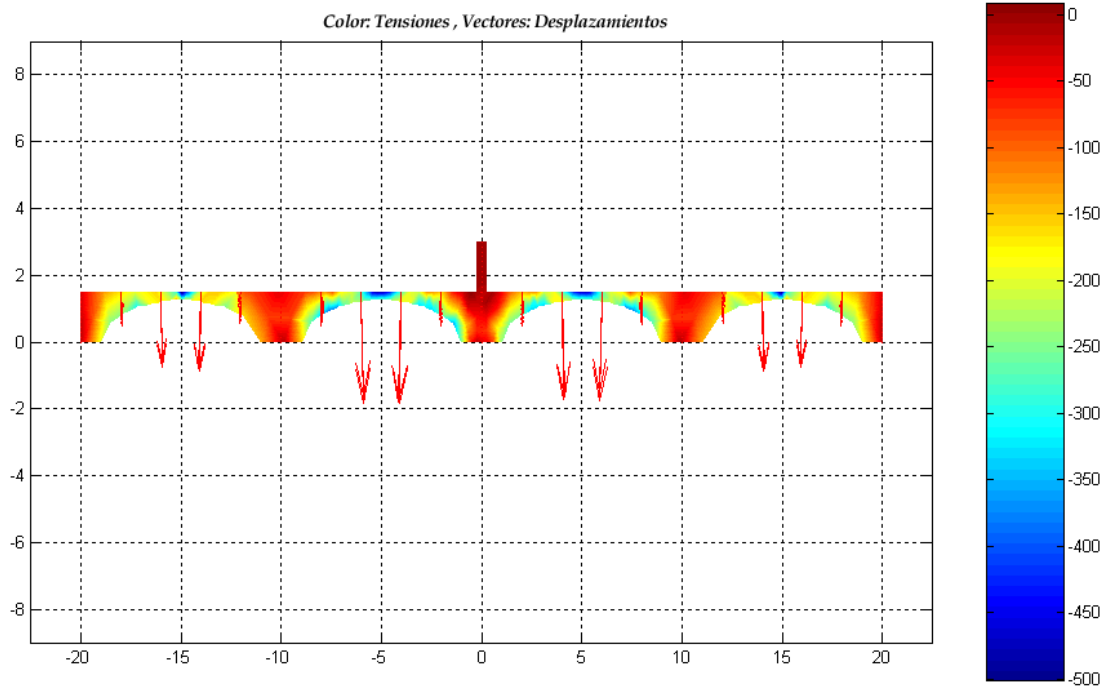


Ilustración 13. Deformaciones del 4º Puente

Al igual que en el caso anterior, las tensiones y deformaciones máximas se presentan en la zona contigua al pilar, podría parecer que mientras menos pilares tengamos, mejor para el puente... en cierto modo podría ser así, pero debemos de tener en cuenta que estamos trabajando con unas condiciones de contorno que suponen el material sobre el que está anclado el puente como indeformable, lo cual no deja de ser totalmente falso. Esto vendría a decir que el puente está anclado sobre algo más rígido que el acero, cuando la roca tiene un módulo de Young del orden de, como mucho (Basalto) del 40% que el Acero. Así pues, lo que sucede es que el puente se debilita por las zonas que peor anclada se encuentra en este caso.

8.-Puente N° 5 (3 pilares, 2 arcos)

En este caso estudiamos el caso en que tengamos 3 pilares y 2 arcos, y veremos de que forma se redistribuyen las deformaciones.



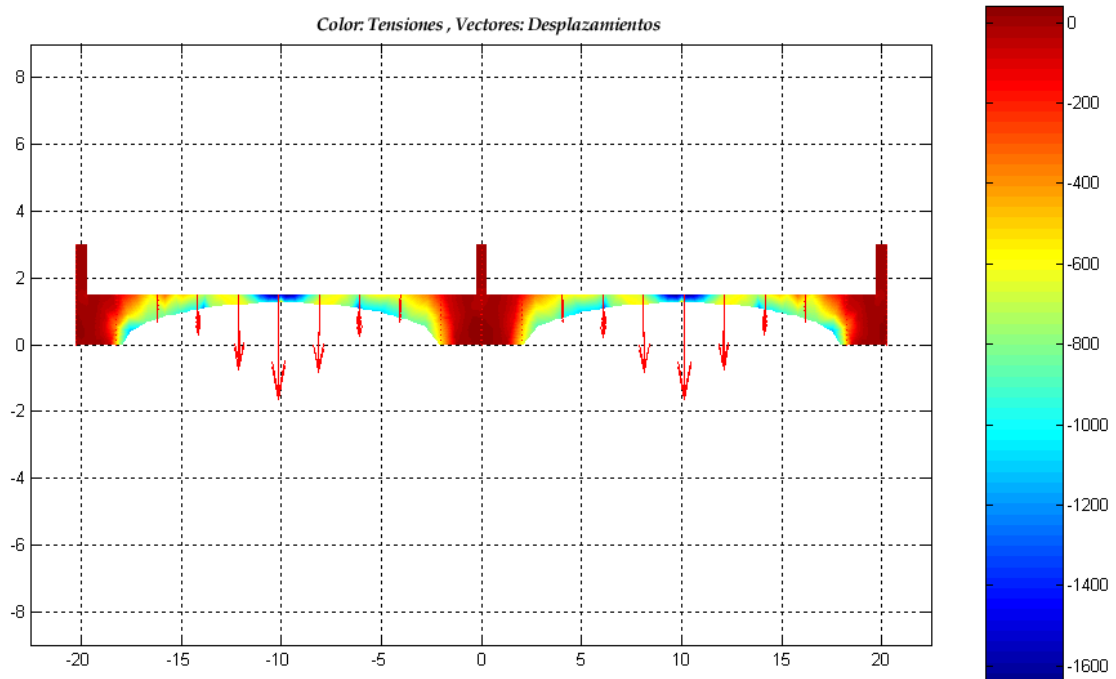
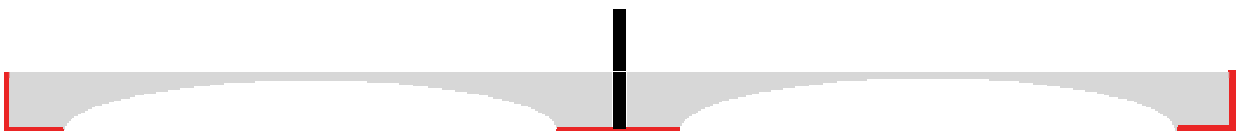


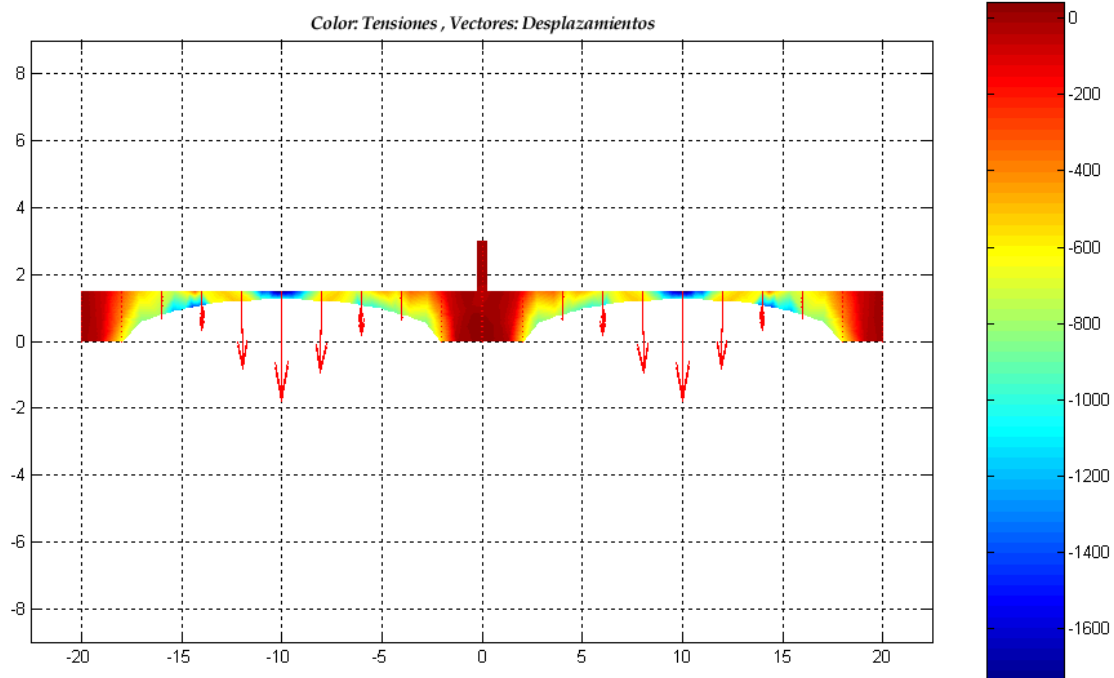
Ilustración 14. Deformaciones del 5º Puente

Como parecía predecible, el puente disminuye de robustez al dejar sólo 3 apoyos en vez de 5. De igual modo que en los puentes anteriores, la máxima deformación y tensión se sitúan en la zona central del ojo el puente. En este caso podría ser preocupante tanta carga en una zona tan extensa. Si se juega con límites de tolerancia demasiado estrechos, un camión cargado en exceso, condiciones meteorológicas adversas o temblores de tierra podrían echar por tierra este puente.

9.-Puente N° 6 (1 pilar, 2 arcos)

Con un solo pilar central armado con estructura de acero, representa uno de los tipos de puente más simple.





Si el anterior puente nos empezó a parecer peligroso, este aún peor. Al desaparecer los pilares de acero aumentan todavía más las tensiones (y los desplazamientos en la zona central sobre todo). En este caso nos ponemos, durante casi todo el trayecto que queda libre del ojo del puente, en un valor de tensiones del orden del máximo que nos encontramos en el 2º tipo de puente.

Se ha de señalar que en éste y todos los demás puentes se ha dibujado la figura de modo aproximado. Los espesores de los materiales son por tanto aproximados y es posible que si se diera un poco más de grosor a la parte central del vano, se obtendrían resultados mucho mejores. Esto es simplemente un estudio cualitativo aproximado.

Como veremos a continuación los vectores indican una clara cualidad uniforme de deformación muy marcada. Esta representación amplificada de los vectores desplazamiento nos ayuda a observar la presión del peso que hará convarse prominentemente este tipo de puente.

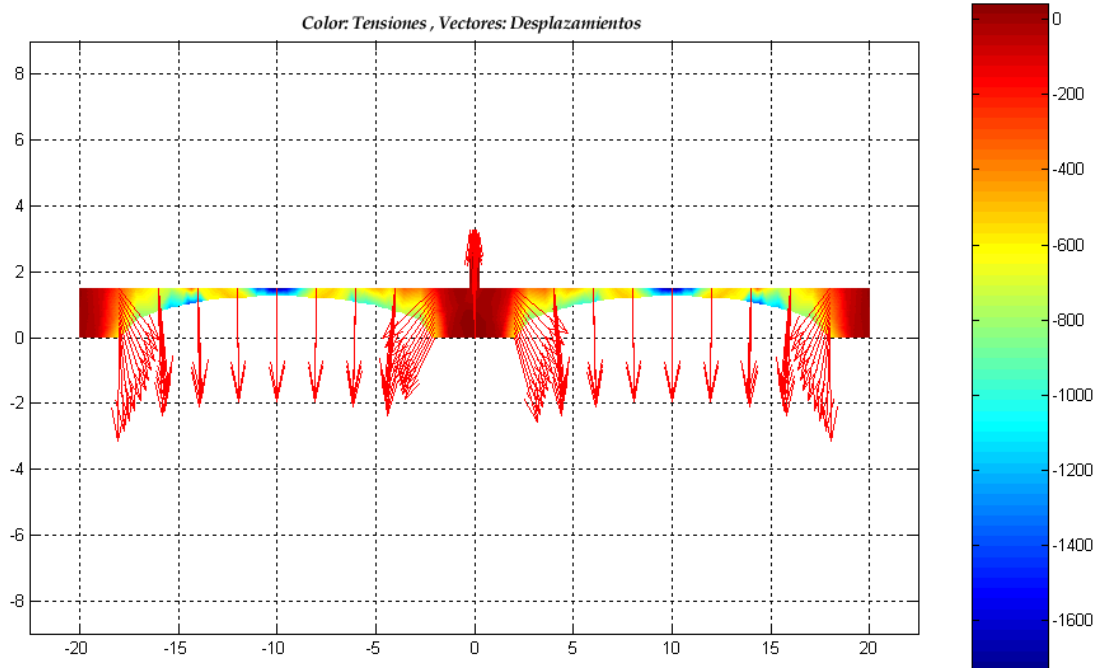


Ilustración 16. 6º Puente con vectores normalizados

Saber si nos estamos pasando de cautos o de temerarios a la hora de elegir el puente pasa por conocer bien el material que vamos a emplear, las condiciones climatológicas a las que se va a someter al puente (sobre todo el viento) y el tipo de tráfico que va a circular por él.

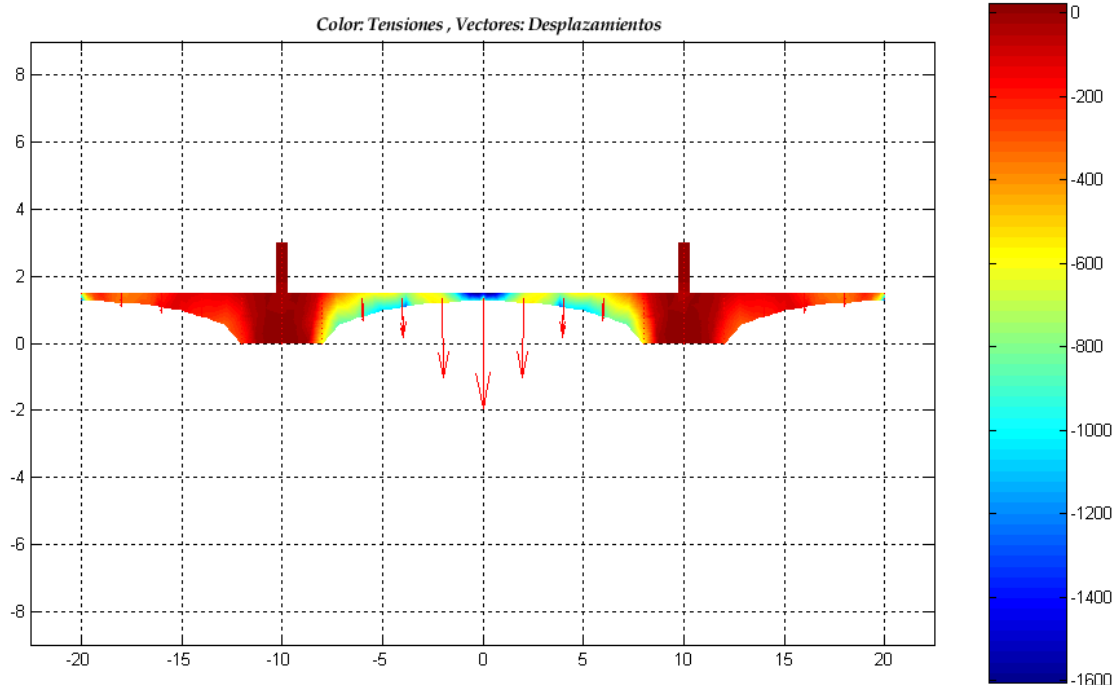
10.- Puente N° 7 (2 pilares, 1 arco central)

Por último el quizá más elegante y estilizado puente que hayamos tratado aquí.



Como vemos, en este nuevo diseño nos encontramos con una sección que no deja de destacar con respecto a los demás puentes. Si bien el diseño del puente es muy liviano, lo cual hace que las tensiones sean muy elevadas, parece ser que todas estas tensiones aparecen sólo en el punto central del puente, quedando el resto del mismo prácticamente relajado. Este hecho puede llegar a ser una gran ventaja

si conseguimos hacer que tanta tensión justo en el centro no suponga la destrucción del puente. Aquí es donde entra en acción un capítulo que no vamos a analizar ahora, pero que hace que este tipo de puente haya conseguido establecerse como versátil y nos lo encontremos con relativa



facilidad.

Nos referimos, cómo no, a los tirantes o vientos que ya mencionamos al principio de este breve estudio. Si incorporamos los tirantes, el puente consigue relajar la tensión del centro del mismo, consiguiendo la estabilidad deseada para el tráfico.

Además, conseguimos con este diseño minimizar el número de pilares que deben sumergirse en el agua o el valle a salvar, ahorrando muchísimo dinero en su construcción.

Otro dato curioso que aparece en este puente es que, como ya vimos en el caso del 3er y 5º puentes, hay partes del mismo que, por su construcción, tienden a elevarse a sí mismos en la zona interior, en este caso justo antes de la región de máxima tensión, contribuyendo a su autosustentación; tal y como puede apreciarse a continuación:

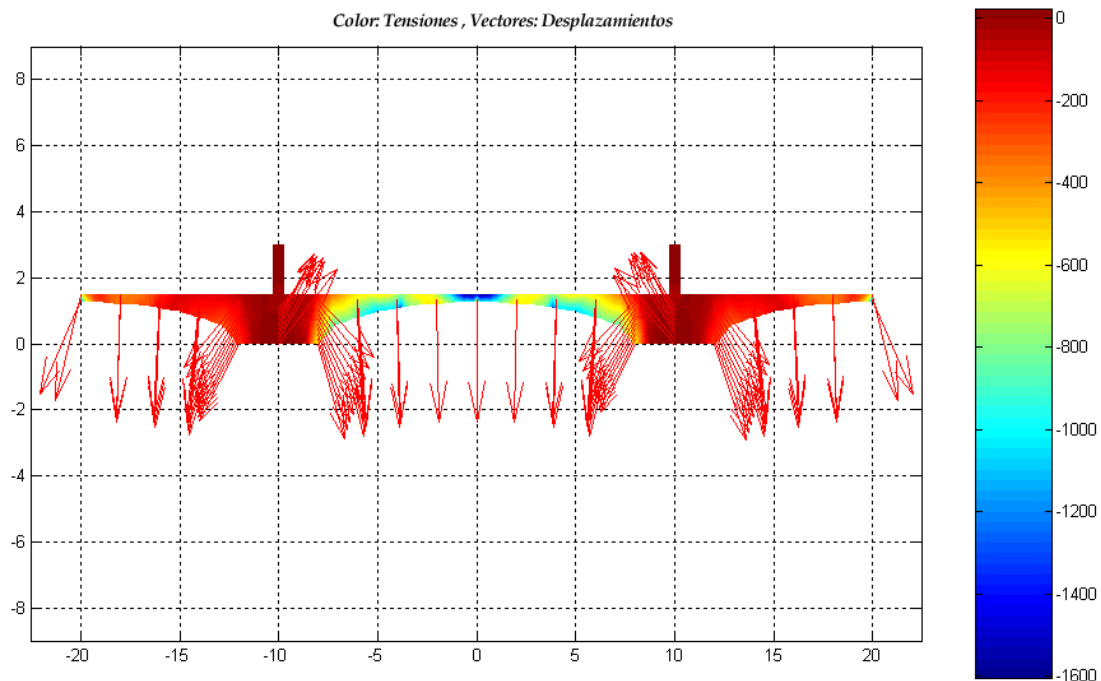


Ilustración 18. Detalle del 7º puente. autosustentación

11.- Conclusiones

Hemos visto que la distribución de cargas y deformaciones depende en gran medida de la distribución de los elementos, por lo que a continuación presento una pequeña comparativa de los 6 primeros puentes, para ello utilizaré esta vez la solución de las tensiones efectivas en cada caso (solución de Von mises).

Es importante fijarse en el rango de escalas usado para la gama de colores. La eleccion de los valores extremos se ha dejado al MATLAB de forma que quedara lo mas clara posible la distribución dentro de cada puente. Por tanto el máximo de los valores nos da una idea de las magnitudes comparadas de las estructuras.

Teniendo en cuenta esto vemos que el 4º Puente es que presenta unas deformaciones menores, además de bastante localizadas. No obstante el número de estas zonas es mayor. El 5º cuadruplica las entradas máximas. Además de estar presentes en zonas más extensas, aparte de observarse dos zonas adyacentes a los máximos cuyas intensidades son comparables a las de las máximas del 4º puente.

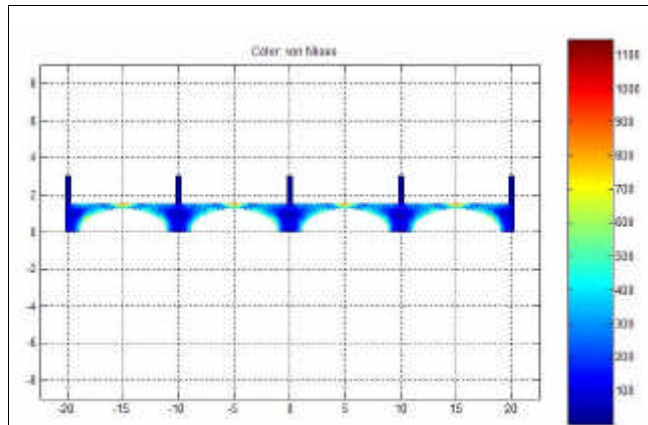


Ilustración 19. Von mises 1° Puente

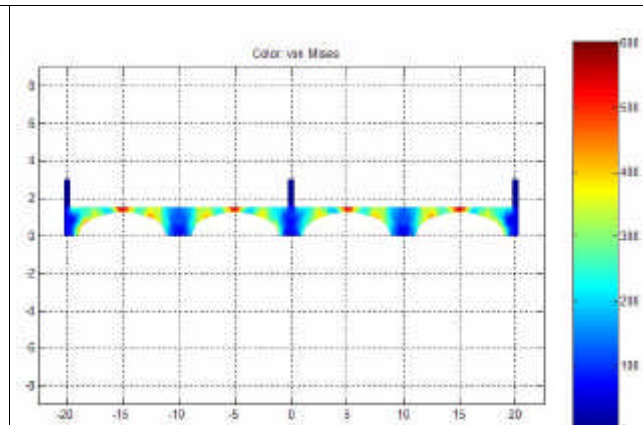
Rango de escala 0-1150

Ilustración 20. Von mises 2° Puente

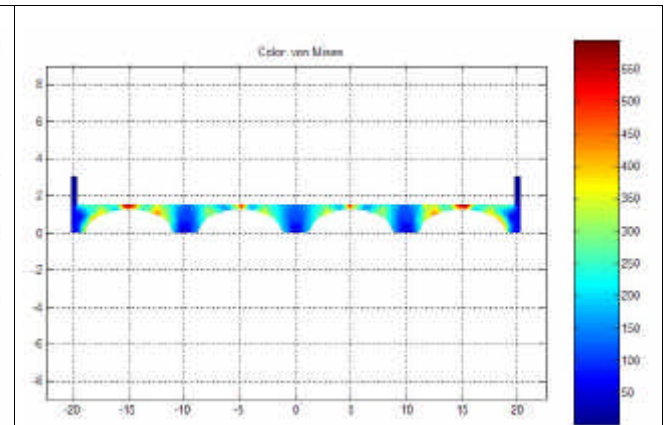
Rango de escala 0-600

Ilustración 21. Von mises 3° Puente

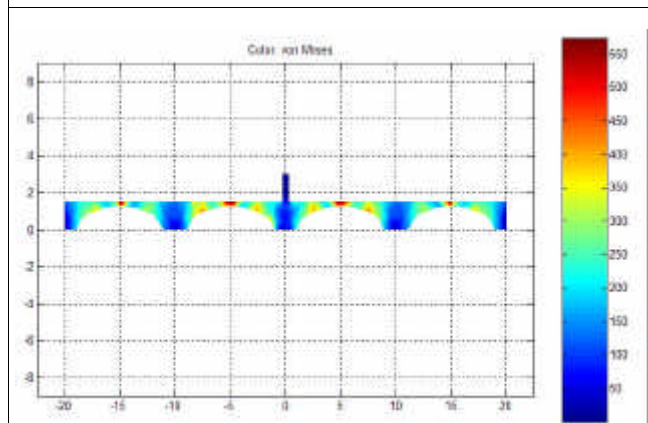
Rango de escala 0-600

Ilustración 22. Von mises 4° Puente

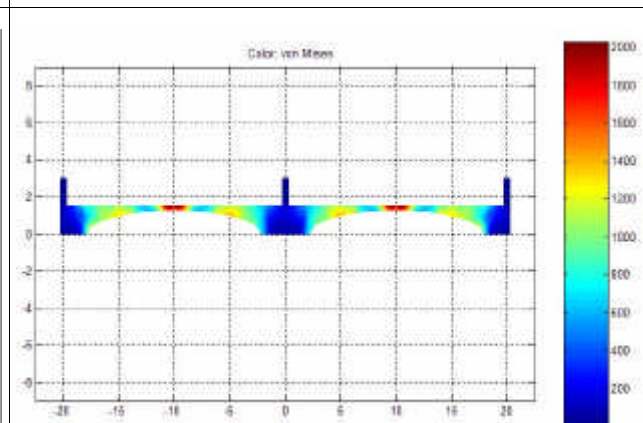
Rango de escala 0-575

Ilustración 23. Von mises 5° Puente

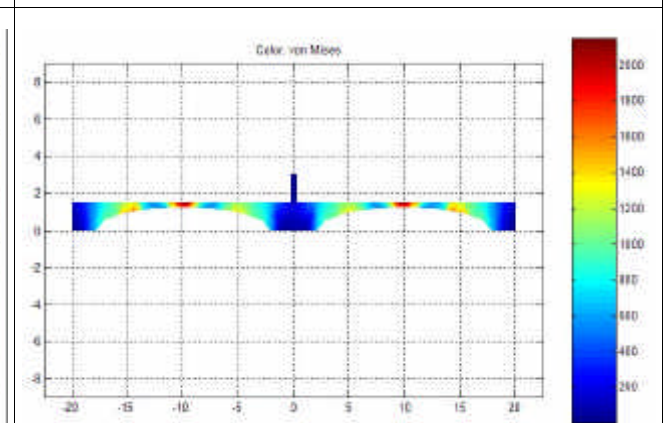
Rango de escala 0-2000

Ilustración 24. Von mises 6° Puente

Rango de escala 0-2200

Tabla 3. Comparativa