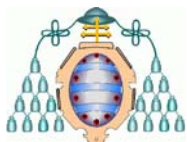




UNIVERSIDAD DE OVIEDO
Matemática Aplicada

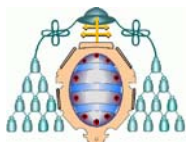
Métodos Numéricos:
Proyecto Grupal

Título del Proyecto:	Perfil de una carretera
Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera
Área de Trabajo:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica
Curso:	2011/2012
Fecha:	
Equipo:	

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	1 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

ÍNDICE

1	Planteamiento	2
2	Pasos.....	2
2.1	Ecuación a resolver	2
2.2	Puntos de corte	3
2.3	Area del desmonte y el terraplén.....	3
3	Programación	3
4	Resultados	3
4.1	Movimiento de tierras para rellenar el terraplén	4
4.2	Movimiento de tierras para vaciar el desmonte.....	5
4.3	Movimiento total de tierras.....	6
4.4	Exceso de material resultante	7
4.5	Conclusión	8

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	2 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

1 PLANTEAMIENTO

Se planea construir una carretera de 12m de ancho que debe pasar por la ladera de una montaña cuyas características geológicas desaconsejan realizar taludes con pendientes superiores a 50.2° ($\text{tg}.1.2$). El perfil de la ladera sigue aproximadamente la ecuación $y(x) = \frac{50}{1 + e^{-x/10}}$, $-60 \leq x \leq 60$ a (ver figura). Se deben estudiar los movimientos de tierras en función de la altura a que discurra la carretera y la posición del centro de la misma respecto al perfil.

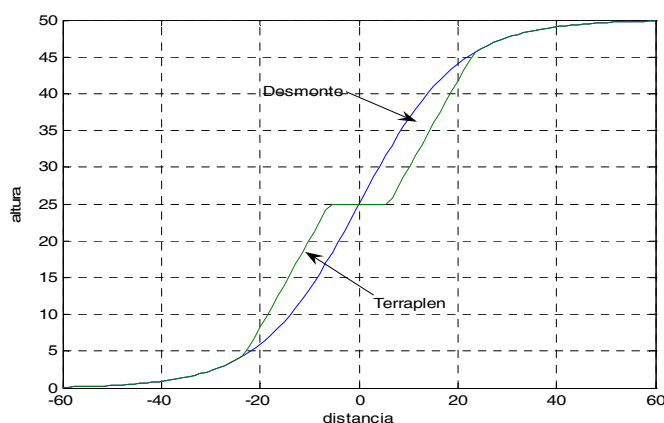


Figura 1: Perfil de la carretera y la montaña

2 PASOS

Para resolver este problema se deben combinar técnicas de diferentes temas, básicamente resolución de ecuaciones no lineales e integración. Los pasos a realizar son:

1. Expresión de la poligonal que sigue el terraplén, la carretera y el desmante
2. Cálculo del punto de corte entre el terraplén y la ladera y entre el desmante y la ladera
3. Integración de las áreas comprendidas entre el desmante/ladera y el terraplén/ladera para calcular el movimiento de tierras. Hay que tener en cuenta que en ambos casos será necesario subdividir la función a integrar ya que es una poligonal.

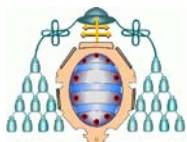
2.1 Ecuación a resolver

Considerando que la carretera está a una altura h y desplazada d metros respecto a su centro, las ecuaciones de la poligonal vienen dadas por

$$P(x) = \begin{cases} \text{talud izquierdo} & h + 1.2(x - (x_c - d) + 6) & x_i \leq x < (x_c - d) - 6 \\ \text{carretera} & h & (x_c - d) - 6 \leq x \leq (x_c - d) + 6 \\ \text{talud derecho} & h + 1.2(x - (x_c - d) - 6) & (x_c - d) + 6 < x < x_d \end{cases}$$

donde x_i , x_c y x_d representan los puntos de corte del perfil con el terraplén, la carretera y el desmante respectivamente, y el valor de h se obtiene como $y(x_c)$.

Por tanto se debe estudiar el problema para $x_c \times d \in [-50, 50] \times [-6, 6]$. De todas formas, dada la simetría del problema es suficiente trabajar en $x_c \times d \in [-50, 0] \times [-6, 6]$.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	3 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

2.2 Puntos de corte

Terraplén (x_i):

$$\begin{cases} \text{talud izquierdo} & P(x) = y(x_c) + 1.2(x - (x_c - d) + 6) \\ \text{perfil} & y(x) = \frac{50}{1 + e^{-\frac{x}{10}}} \end{cases} \quad \text{con } x_i \in \left[(x_c - d) - 6 - \frac{y(x_c)}{1.2}, (x_c - d) - 6 \right]$$

El punto de corte se encuentra en el intervalo definido por el corte del terraplén con el eje de abscisas y el extremo izquierdo de la carretera. De forma análoga:

Desmante (x_d):

$$\begin{cases} \text{talud izquierdo} & P(x) = y(x_c) + 1.2(x - (x_c - d) - 6) \\ \text{perfil} & y(x) = \frac{50}{1 + e^{-\frac{x}{10}}} \end{cases} \quad \text{con } x_d \in \left[(x_c - d) + 6, \frac{50 - y(x_c)}{1.2} + (x_c - d) + 6 \right]$$

2.3 Area del desmante y el terraplén

Ambas áreas se deben subdividir puesto que las funciones cambian en los intervalos. Así, para el terraplén será el área comprendida entre el perfil y el terraplén hasta que se llega al extremo izquierdo de la carretera, desde donde será el comprendida entre el perfil y la carretera.

Terraplén:

$$\int_{x_i}^{(x_c - d) - 6} \left(y(x_c) + 1.2(x - (x_c - d) + 6) - \frac{50}{1 + e^{-\frac{x}{10}}} \right) dx + \int_{(x_c - d) - 6}^{(x_c - d)} \left(y(x_c) - \frac{50}{1 + e^{-\frac{x}{10}}} \right) dx$$

Desmante:

$$-\int_{(x_c - d)}^{(x_c - d) + 6} \left(y(x_c) - \frac{50}{1 + e^{-\frac{x}{10}}} \right) dx - \int_{(x_c - d) + 6}^{x_d} \left(y(x_c) + 1.2(x - (x_c - d) - 6) - \frac{50}{1 + e^{-\frac{x}{10}}} \right) dx$$

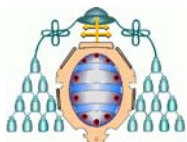
3 PROGRAMACIÓN

Ver [carretera_perfil.m](#)

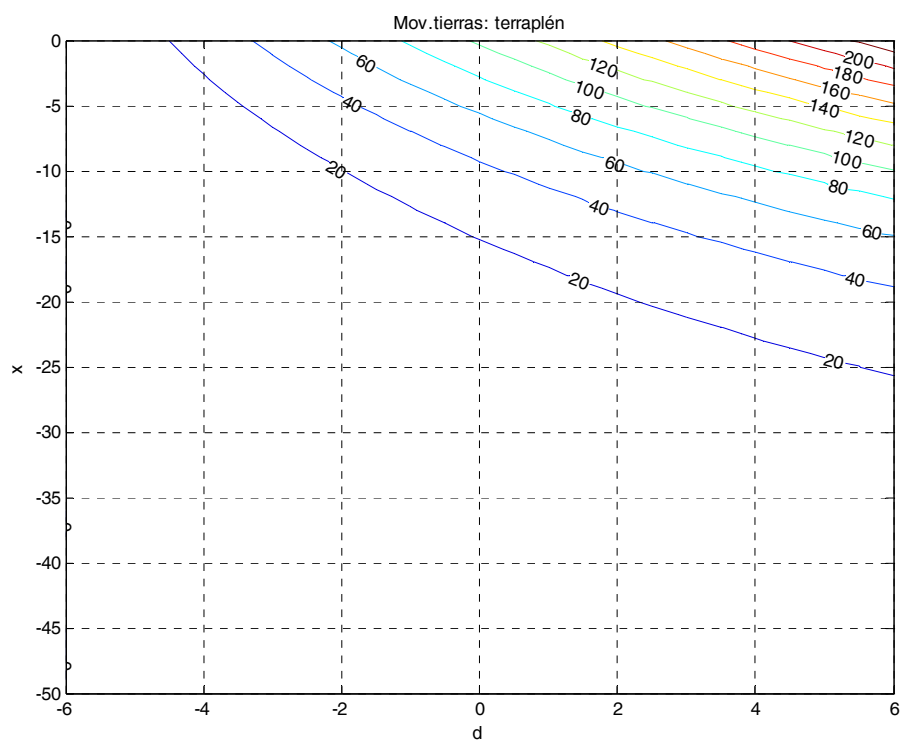
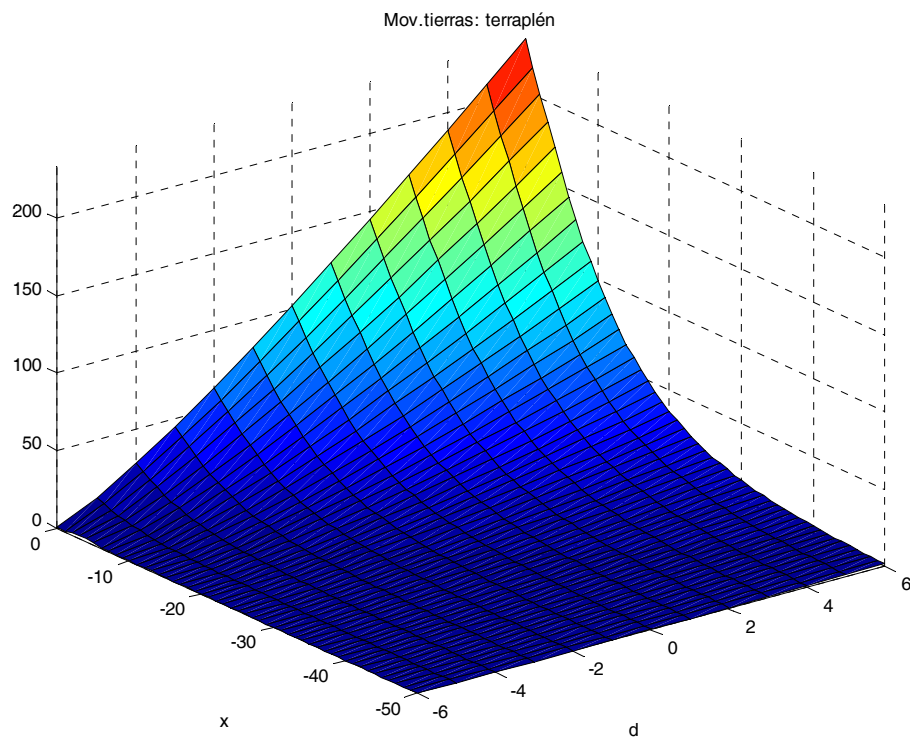
4 RESULTADOS

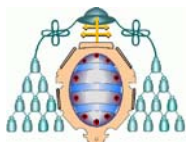
Se han analizado los resultados separando los cálculos para el desmante y el terraplén, de forma que se tienen los movimientos de tierras en cada caso (extracción o volcado, dependiendo del caso). Combinando ambos, se calcula el movimiento total de tierras. Por último, se toman ambos áreas con el signo adecuado para obtener el exceso de tierras que será necesario trasladar o traer (en caso negativo). La siguiente tabla se muestra un resumen de resultados

	Area Mínima	xc	d		Área Máxima	xc	d
Terraplen	0	-50	-6		233.86	0	6
Desmante	0	-50	6		366.7749	-13	-6
Ambos	1.1613	-50	2		366.7749	-13	-6
Diferencia	-233.8594	0	6		366.7749	-13	-6

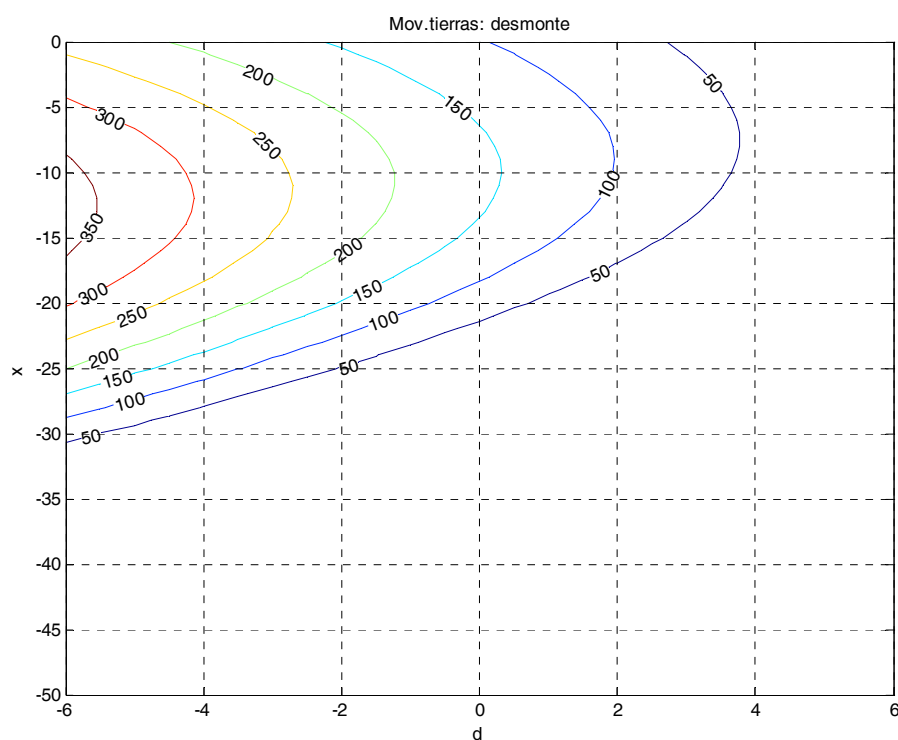
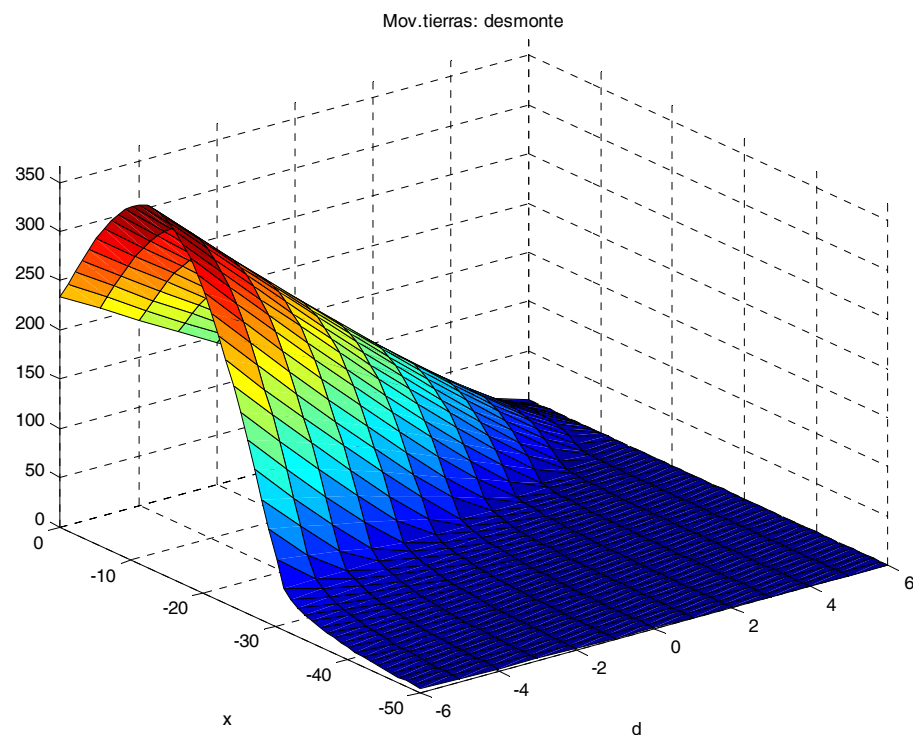
 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	4 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

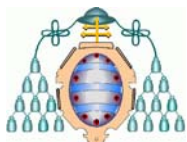
4.1 Movimiento de tierras para rellenar el terraplén



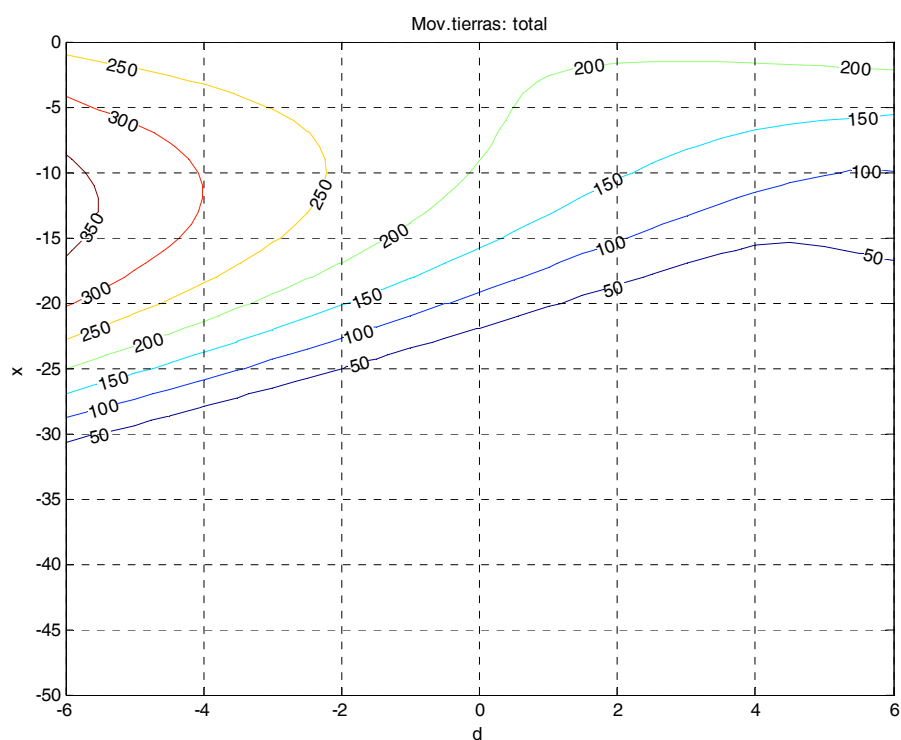
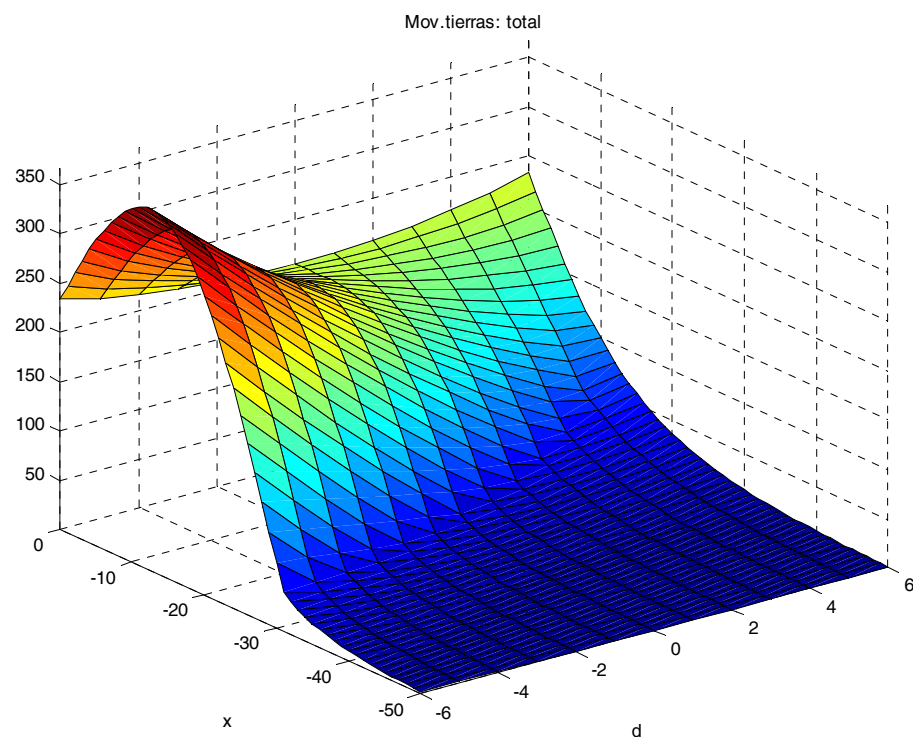
 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	5 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

4.2 Movimiento de tierras para vaciar el desmonte

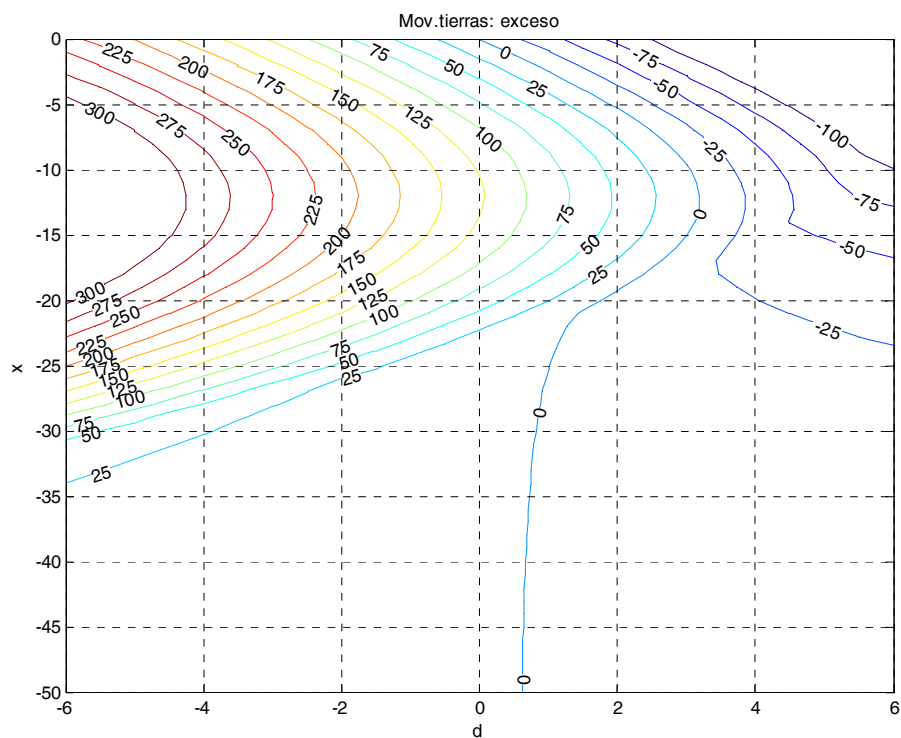
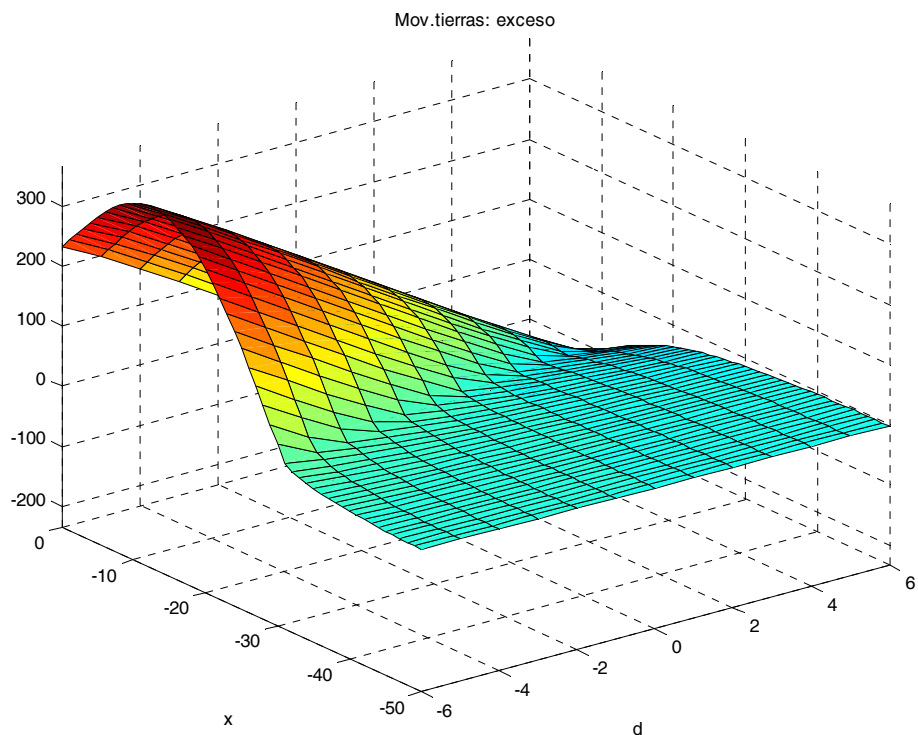


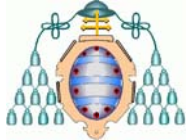
 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	6 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

4.3 Movimiento total de tierras



4.4 Exceso de material resultante



 UNIVERSIDAD DE OVIEDO MATEMÁTICA APLICADA	Fecha	30/09/2011	Página	8 de 9
	Proyecto:	Perfil de una carretera		
	Descripción:	Simulación numérica de los movimientos de tierras en la construcción de una carretera		
	Temas:	Ecuaciones no lineales, Integración Numérica		

4.5 Conclusión

Si se desea un movimiento mínimo de tierras, la carretera irá a en el punto $x_c = -50$ con un desplazamiento del centro de la carretera de $d = 2\text{m}$ (o por simetría a $x_c = 50$ con $d = -2\text{m}$). Si por el contrario se desea que no haya que trasladar o traer tierra de otra ubicación, se obtienen todas las combinaciones posible en la última gráfica