

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Métodos Numéricos	Página 1 de 3
	Estudios	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Prueba	Julio (Ordinaria)	
	Fecha	Miércoles, 06/07/11	

La normativa del examen se encuentra tras los enunciados de los ejerciciosⁱ

Ejercicio 1.- La concentración de una bacteria contaminante C en un lago, tras un tratamiento de depuración, decrece de acuerdo a la ley $C = 80e^{-2t} + 20e^{-0.1t}$

- Selecciónese de forma justificada el método de intervalo más adecuado para determinar el tiempo requerido para que la población de bacterias se reduzca a 10. Realícense 3 iteraciones. {3 pts.}.
- Encontrar, si es posible, un intervalo y una función de punto fijo obtenida mediante despeje del tiempo en la ecuación inicial que cumpla las condiciones de punto fijo. Realice dos iteraciones tomando el punto $t=6$ como valor de partida y determine el número necesario de iteraciones para que el error sea menor que 1 segundo {4 pts.}.
- Verificar si existe algún intervalo en que se verifiquen las condiciones suficientes del método de Newton. Realizar dos iteraciones del mismo tomando el punto $t=6$ como valor de partida. {3 pts.}.

Ejercicio 2.- Se han realizado varios sondeos para diseñar adecuadamente los drenajes de un muro de carga obteniéndose un estrato superior de limos, otro intermedio de gravas y uno inferior de granito a una profundidad constante de 32m, obteniéndose los siguientes datos:

Distancia	0	20	40	50
Profundidad del limo (m)	-21.33	-21.11	-20.00	-19.21
Pendiente del estrato				0.0500

- Calcular un polinomio que interpole los datos anteriores y evaluarlo en $d=45m$. {4 pts.}
- Se sabe que dichos datos provienen de una función tal que $\forall x \in [0, 50]: |f^{(k)}(x)| < 5 \times 10^{-k}$, $k=1,2,3,4$. Determinar el número de sondeos equiespaciados necesarios para que la interpolación lineal entre dos puntos consecutivos produzca un error menor de 1 dm {3 pts.}
- Se ha medido $f(45) = -19.54$; calcular el área del estrato de grava utilizando la regla de Simpson con dos subintervalos. ¿Cuál habría sido el máximo error cometido?. Sabiendo que $\int_0^{50} f(x) dx \approx 565.52m^2$; comparar la cota obtenida con el valor real {3 pts.}.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Métodos Numéricos	Página 2 de 3
	Estudios	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Prueba	Julio (Ordinaria)	
	Fecha	Miércoles, 06/07/11	

Ejercicio 3.-

- (a) Sabiendo que $f(x) \in C^4[\mathbf{R}]$, utilizar las formulas centradas de derivación numérica para expresar $g(x) = (2x-1)f''(x) + (3x-5)f'(x) - 9f(x)$ a partir de los valores de $f(x-h)$, $f(x)$ y $f(x+h)$. {1.0 pts.}.

- (b) Al resolver mediante diferencias finitas con equiespaciado $h = 0.25$ el problema de contorno

$$\begin{cases} (2x-1)y''(x) + (3x-5)y'(x) - 9y(x) = 2 & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0 & y(1) = 0 \end{cases}, \text{ se obtiene el sistema}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{9}{8} & -\frac{7}{8} & 0 \\ \frac{27}{16} & -\frac{25}{8} & \frac{5}{16} \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{41}{8} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Justificar los cálculos realizados para la obtención del mismo. . {1 pts.}.

- (c) Seleccionar justificadamente el método de factorización más adecuado para la resolución del sistema anterior. Resolver el sistema utilizando el método de Gauss SIN pivoteo y obtener a partir de él la factorización LU de la matriz. {4 pts.}.
- (d) Calcular las matrices asociadas al método de Jacobi y comprobar la convergencia del mismo para el sistema anterior. Realizar dos iteraciones partiendo del vector nulo. ¿Cuántas iteraciones hubieran sido necesarias para que la solución tuviera un error menor que 10^{-3} según la norma uno? ¿Cómo hubiera sido el método de Jacobi? Justificar la respuesta {4 pts.}.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Métodos Numéricos	Página 3 de 3
	Estudios	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Prueba	Julio (Ordinaria)	
	Fecha	Miércoles, 06/07/11	

Ejercicio 4.- Dadas la ecuación diferencial
$$\begin{cases} y'(t) + ay(t) = 1 & 0 \leq t \leq 3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline & 1 \end{array} \text{ (I)}$$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline & 1 \end{array} \text{ (II)}$$

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & & \\ 1 & 1 & 0 & \\ \hline & 1 & & \\ & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \end{array} \text{ (III)}$$

- (a) Resolverla para $a=2$ utilizando el método de Runge Kutta dado por la tabla de Butcher I tomando $h=1$ ¿son razonables los resultados? ¿Qué harías para mejorar los resultados? ¿Es un método explícito, implícito o adaptativo? ¿Cuál? {2 pts}
- (b) Resolverla para $a=2$ utilizando el método de Runge Kutta dado por la tabla de Butcher II tomando $h=1$ ¿son razonables los resultados? ¿Es un método explícito, implícito o adaptativo? {4 pts}
- (c) Realizar un paso del método de Runge Kutta adaptativo de Euler-Heun (dado por la tabla de Butcher III) tomando $h=1$ para resolver la ecuación diferencial (II) y determinar, si es posible, el valor de a para que no haya que disminuir el tamaño del paso cuando se desea un error de truncamiento local inferior a 0.01 {4 pts}

ⁱ La duración del examen será de 3 horas y 30 minutos.

No se permite salir a ningún alumno en tanto no se haya pasado lista y tomado nota de la asistencia.

Los ejercicios se deben entregar por separado (no puede haber dos ejercicios en una misma hoja).

Todas las operaciones se realizarán con al menos tres dígitos significativos.

Los pasos realizados deben estar claros y, en caso de duda, explicados; no se valorarán aquellos en que sólo se muestren resultados finales sin estadios intermedios.