

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 1 de 11
	Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Asignatura	Métodos Numéricos	
	Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	

Ejercicio 1.- Dada la matriz K y el vector b siguientes

$$K = \begin{pmatrix} \alpha & 1/2 \\ \beta+1 & \alpha-\beta \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3+\alpha \\ 2\beta-6 \end{pmatrix}$$

- Determinar para que valores de α y β la matriz K puede ser la de iteración del método de Jacobi. Estudiar la convergencia del método.
- Con las condiciones obtenidas de α y β ¿podrías encontrar una la matriz del sistema $Ax=b$ de forma que la solución sea el vector (1,-1)?
- Con las condiciones obtenidas de α y β , y tomando una matriz A con diagonal unidad, ¿cuál sería el método de factorización más adecuado? ¿y la mejor estrategia de pivoteo?
- Determinar para que valores de α y β la matriz K puede ser la de iteración del método de Gauss Seidel. Estudiar la convergencia del método.

Apartado (a) Método de Jacobi y convergencia

Dado un sistema cualquiera

$$Ax = b \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_1^1 & a_1^2 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \text{ el método de Jacobi lo transforma en}$$

$$x = Kx + c \text{ donde } K = D^{-1}(L+U) = \begin{pmatrix} 0 & -a_1^2/a_1^1 \\ -a_2^1/a_2^2 & 0 \end{pmatrix} \wedge c = D^{-1}b = \begin{pmatrix} b_1/a_1^1 \\ b_2/a_2^2 \end{pmatrix}$$

Comparando ambas matrices

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1/2 \\ \beta+1 & \alpha-\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -a_1^2/a_1^1 \\ -a_2^1/a_2^2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ 1/2 = -a_1^2/a_1^1 & a_1^2 = -\frac{1}{2}a_1^1 \\ \beta+1 = -a_2^1/a_2^2 & a_2^1 = -a_2^2 \\ \alpha-\beta = 0 & \rightarrow \beta = 0 \end{cases} \Rightarrow K = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \wedge A = \begin{pmatrix} a_1^1 & -\frac{1}{2}a_1^1 \\ -a_2^2 & a_2^2 \end{pmatrix}$$

Se estudia la convergencia del método mediante las normas, y el radio espectral

$$\|K\|_1 = \|K\|_\infty = 1 \quad P_f(x) = x^2 - \frac{1}{2} \quad \rho(K) = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$$

Por tanto, aunque las normas no lo muestran, el radio espectral confirma que el método converge.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 2 de 11
	Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Asignatura	Métodos Numéricos	
	Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	

Apartado (b) Método de Jacobi con solución fijada

Del apartado anterior se tiene

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 & \frac{-1}{2}a_1^1 \\ -a_2^2 & a_2^2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$Ax = b \Rightarrow \begin{cases} a_1^1 + \frac{-1}{2}a_1^1 = 3 & a_1^1 = 2 \\ -a_2^2 - a_2^2 = -6 & a_2^2 = 3 \end{cases} \rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Apartado (c) Métodos directos

Comparando la matriz del sistema con la pedida

$$\begin{pmatrix} a_1^1 & \frac{-1}{2}a_1^1 \\ -a_2^2 & a_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & ? \\ ? & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a_1^1 = 1 \\ a_2^2 = 1 \end{cases} \rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Puesto que la matriz no es simétrica, no es posible aplicar los métodos de Crout (LDL^T) ni de Choleski (LL^T) por lo que el único aplicable es el de Doodlitttle(LU).

Respecto a la mejor estrategia de pivoteo, todas ellas mantienen la primera fila, por lo que la más adecuada es la del pivote simple por ser más sencilla.

Apartado (d) Método de Gauss-Seidel y convergencia

Análogamente, dado un sistema cualesquiera el método de Jacobi lo transforma en $x = Kx + c$ donde

$$K = (D - L)^{-1}U = Ax = b \leftrightarrow \begin{pmatrix} a_1^1 & 0 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & -a_1^2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a_1^1} & 0 \\ \frac{-a_2^1}{a_1^1 a_2^2} & \frac{1}{a_2^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -a_1^2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-a_1^2}{a_1^1} \\ 0 & \frac{a_2^1 a_2^2}{a_1^1 a_2^2} \end{pmatrix}$$

Comparando ambas matrices

$$\begin{pmatrix} \alpha & \frac{1}{2} \\ \beta + 1 & \alpha - \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-a_1^2}{a_1^1} \\ 0 & \frac{a_2^1 a_2^2}{a_1^1 a_2^2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \frac{1}{2} = \frac{-a_1^2}{a_1^1} & a_1^2 = \frac{-1}{2}a_1^1 \\ \beta + 1 = 0 & \beta = -1 \\ \alpha - \beta = \frac{a_2^1 a_2^2}{a_1^1 a_2^2} \rightarrow a_2^1 = \frac{a_1^1 a_2^2}{a_1^2} \end{cases} \Rightarrow K = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \wedge A = \begin{pmatrix} a_1^1 & \frac{-1}{2}a_1^1 \\ -2a_2^2 & a_2^2 \end{pmatrix}$$

Se estudia la convergencia del método mediante las normas, y el radio espectral

$$\|K\|_1 = \frac{3}{2} \quad \|K\|_\infty = 1 \quad P_J(x) = x(x-1) \quad \rho(K) = 1$$

Por tanto, el radio espectral confirma que el método diverge.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 3 de 11
	Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Asignatura	Métodos Numéricos	
	Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	

Ejercicio 2.- Dada la siguiente función multivariable

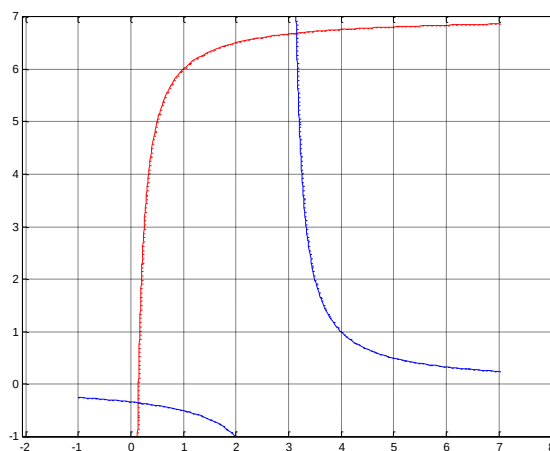
$$F(X) = G(X) - X = \begin{pmatrix} \frac{x(y-2)+1}{5} \\ \frac{y(x+1)-1}{4} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (-1 \leq x, y \leq 1)$$

- (a) Verificar si $G(X)$ que satisface las condiciones de punto fijo y realizar 2 iteraciones a partir del vector nulo utilizando el método de actualización de Gauss-Seidel ¿Cuántas iteraciones serían necesarias para obtener la solución correcta con un error menor que 0.001 según la norma infinito?
- (b) Aplicar el método de Newton realizando dos iteraciones partiendo del vector nulo.
- (c) Se analiza la curva $F_2(x)$ para $y=e^x$, esto es $f(x) = \frac{e^x(x+1)-1}{4} - e^x = \frac{e^x(x-3)-1}{4}$.

Demostrar que tiene exactamente una raíz positiva en el intervalo $[2,4]$. Seleccionar justificadamente el mejor método de intervalo para obtenerla ¿cumple $f(x)$ las condiciones suficientes de convergencia del método de Newton en ese intervalo? ¿Se puede obtener un punto de partida tal que el método de Newton converja a la solución? En caso afirmativo, indicarlo.

Apartado (a) Método de punto fijo

Representamos las funciones $f_1(x, y) = g_1(x, y) - x = 0$ y $f_2(x, y) = g_2(x, y) - y = 0$, aunque no se pide, para verificar de forma gráfica nuestros resultados. Utilizando MATLAB se obtiene la siguiente representación



 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 4 de 11
	Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Asignatura	Métodos Numéricos	
	Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	

Se observa gráficamente que hay dos puntos de corte, cuyos valores aproximados son (3.150, 6.683) y (0.136, -0.349). El apartado pide encontrar una función de punto fijo que cumpla las condiciones del teorema de punto fijo:

Despejando de ambas ecuaciones, se obtiene

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = X = G(X) = \begin{pmatrix} g_1(x, y) \\ g_2(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x(y-2)+1}{5} \\ \frac{y(x+1)-1}{4} \end{pmatrix} \quad (-1 \leq x, y \leq 1)$$

Se debe comprobar que esta función verifica las condiciones del teorema:

- $G(X) \in C(D)$

Se verifica, ya que la función se anula ni tiene comportamiento asintótico en $D = \{-1 \leq x, y \leq 1\}$

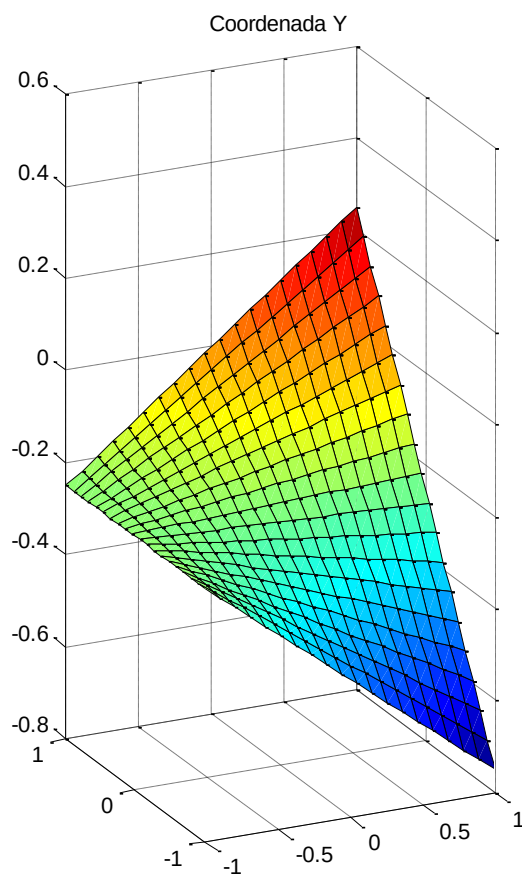
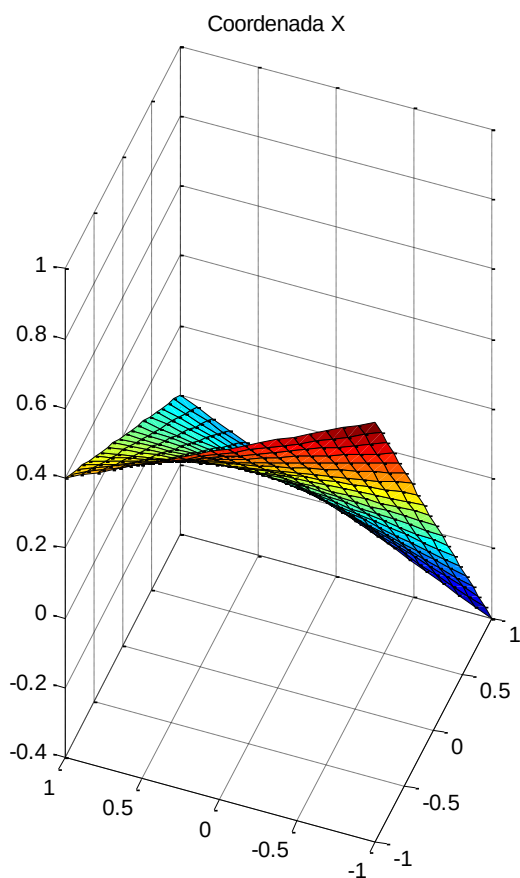
- $\forall X \in D: G(X) \in D$

$$\max_{X \in D} |G(X)| = \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \begin{pmatrix} |g_1(x, y)| \\ |g_2(x, y)| \end{pmatrix} = \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \begin{pmatrix} \left| \frac{x(y-2)+1}{5} \right| \\ \left| \frac{y(x+1)-1}{4} \right| \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} \left| \frac{-1(-1-2)+1}{5} \right| \\ \left| \frac{-1(1+1)-1}{4} \right| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.75 \end{pmatrix} \in D$$

O realizando su representación gráfica



Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 5 de 11
Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
Asignatura	Métodos Numéricos	
Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	



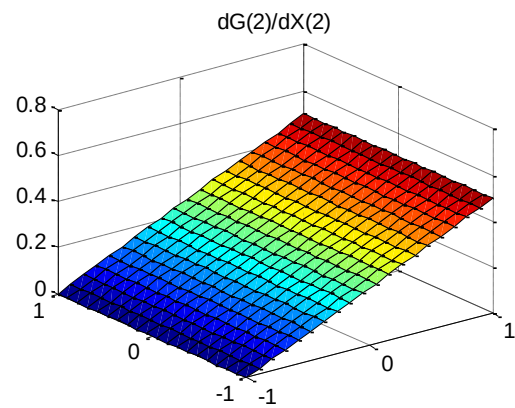
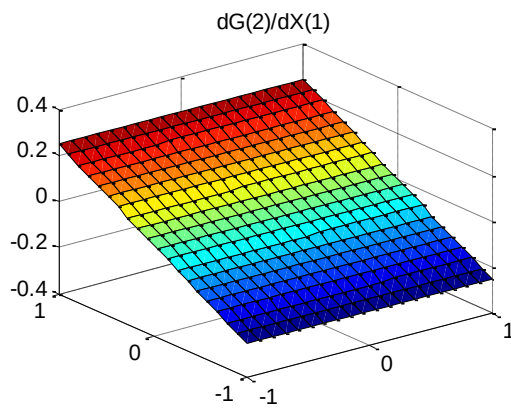
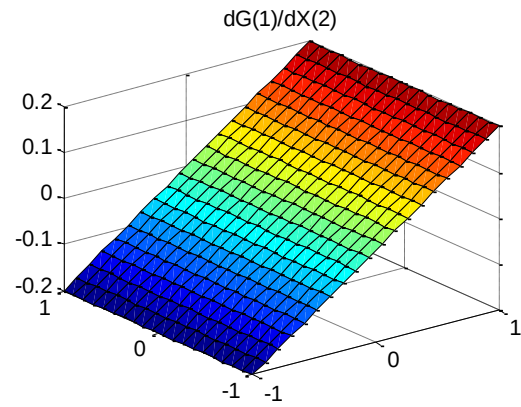
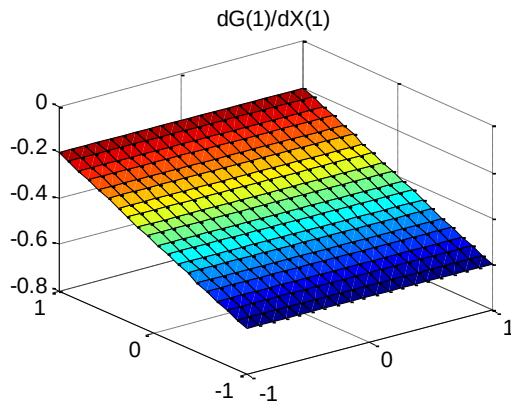
De ambas formas se observa que la imagen del dominio está dentro del dominio

- $\left| \frac{\partial g_i(X)}{\partial x_j} \right| \leq \frac{K}{n}, i = 1, 2, \dots, n \wedge j = 1, 2, \dots, n$ con $K < 1$

Calculando el jacobiano de G: $J_G(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial g_1(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial g_2(x, y)}{\partial x} & \frac{\partial g_2(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y-2}{5} & \frac{x}{5} \\ \frac{y}{4} & \frac{x+1}{4} \end{pmatrix}$



Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 6 de 11
Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
Asignatura	Métodos Numéricos	
Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	



Se obtiene que

$$\max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{\partial g_1(x, y)}{\partial x} \right| = \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{y-2}{5} \right| \leq \frac{3}{5} \quad \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{\partial g_1(x, y)}{\partial y} \right| = \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{x}{5} \right| \leq \frac{1}{5}$$

$$\max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{\partial g_2(x, y)}{\partial y} \right| \leq \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{y}{4} \right| \leq \frac{1}{4} \quad \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{\partial g_2(x, y)}{\partial x} \right| \leq \max_{-1 \leq x, y \leq 1} \left| \frac{x+1}{4} \right| \leq \frac{2}{4}$$

Y por tanto $\max_{0 \leq x, y \leq 1.5} \left| \frac{\partial g_i(x, y)}{\partial x_j} \right| = \frac{3}{5} = \frac{K}{2}, i, j = 1, 2, \dots, n \Rightarrow \frac{6}{5} \leq K > 1$ y no se cumple la condición.

Sin embargo, empleando el teorema alternativo

$$\sum_{j=1}^n \left| \frac{\partial g_i(X)}{\partial X_j} \right| \leq \max \left\{ \frac{3}{5} + \frac{1}{5}, \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \right\} \leq \max \left\{ \frac{4}{5}, \frac{3}{4} \right\} \leq K \rightarrow K = 0.8$$

Así pues la función anterior cumple las condiciones del teorema sin falta de disminuir el dominio inicial. Se comienzan a realizar las iteraciones utilizando el siguiente algoritmo

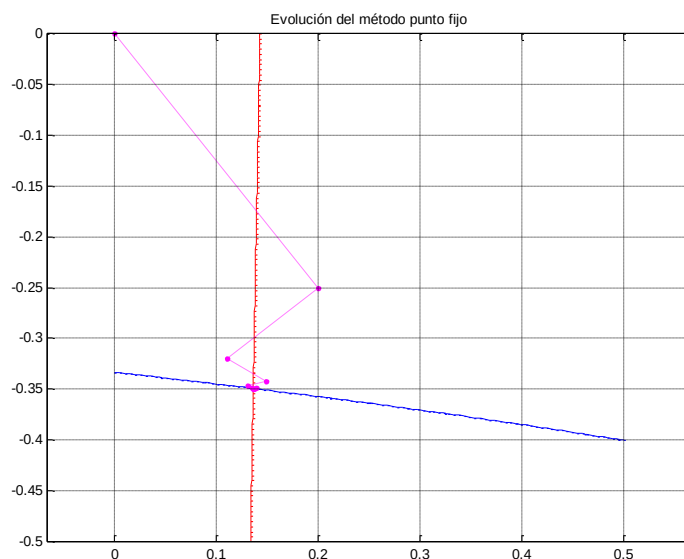


$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_n(y_n - 2) + 1}{5} \\ \frac{y_n(x_{n+1} + 1) - 1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_0(y_0 - 2) + 1}{5} \\ \frac{y_0(x_1 + 1) - 1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0(0 - 2) + 1}{5} \\ \frac{0(\frac{1}{5} + 1) - 1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1(y_1 - 2) + 1}{5} \\ \frac{y_1(x_2 + 1) - 1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0.2(-0.25 - 2) + 1}{5} \\ \frac{-0.25(0.11 + 1) - 1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.11 \\ -0.3194 \end{pmatrix}$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	0	0.2000	0.1100	0.1490	0.1302	0.1389	0.1348	0.1367	0.1358	0.1362
y	0	-0.2500	-0.3194	-0.3417	-0.3466	-0.3487	-0.3489	-0.3492	-0.3491	-0.3492



Utilizando la acotación del error con el valor de $K=0.8$ se tendría

$$\begin{aligned} \|P - X^{(k)}\|_{\infty} &\leq \frac{K^k}{1-K} \|X^{(1)} - X^{(0)}\|_{\infty} < 10^{-3} \rightarrow \frac{(0.8)^k}{1-0.8} \left\| \begin{pmatrix} 0.2 \\ -0.25 \end{pmatrix} \right\| < 10^{-3} \rightarrow (0.8)^k < \frac{0.2}{0.25} \cdot 10^{-3} \rightarrow \\ &\rightarrow k > 1 + \frac{\log(10^{-3})}{\log(0.8)} \approx 31.95 \Rightarrow k \geq 32 \end{aligned}$$

Sin embargo se ha visto que ese error se alcanza tras sólo 7 iteraciones.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 8 de 11
	Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
	Asignatura	Métodos Numéricos	
	Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	

Apartado (b) Método de Newton

En este caso, el método iterativo viene dado como $X^{(k)} = X^{(k-1)} - J_F^{-1}(X^{(k-1)})F(X^{(k-1)})$ donde $J(X^{(k-1)})$ es el Jacobiano de la función que viene dado como

$$J_F(X) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(x,y)}{\partial x} & \frac{\partial f_1(x,y)}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2(x,y)}{\partial x} & \frac{\partial f_2(x,y)}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y-7}{5} & \frac{x}{5} \\ \frac{y}{4} & \frac{x-3}{4} \end{pmatrix}$$

Aunque en el ejemplo es posible calcular

$$J_F^{-1}(X) = \frac{J_F^*(X)}{|J_F(X)|} = \frac{1}{7x+3y-21} \begin{pmatrix} -5(x-3) & 4x \\ 5y & -4(y-7) \end{pmatrix}$$

En la práctica se evita el cálculo de inversas, por lo que el sistema se plantea como

$$\begin{cases} J_F(X^{(k-1)})\delta X^{(k)} = F(X^{(k-1)}) \\ X^{(k)} = X^{(k-1)} - \delta X^{(k)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \begin{pmatrix} \frac{y_k-7}{5} & \frac{x_k}{5} \\ \frac{y_k}{4} & \frac{x_k-3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_k \\ \delta y_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_k(y_k-2)+1}{5} - x_k \\ \frac{y_k(x_k+1)-1}{4} - y_k \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta x_k \\ \delta y_k \end{pmatrix} \end{cases}$$

Se realizan dos iteraciones partiendo del mismo valor inicial que en el apartado anterior

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

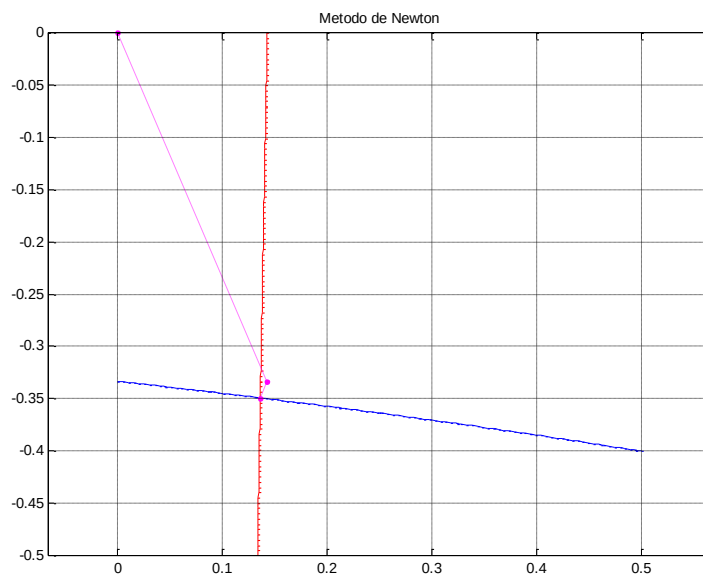
$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \frac{0-7}{5} & \frac{0}{5} \\ \frac{0}{4} & \frac{0-3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_0 \\ \delta y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0(0-2)+1}{5} - 0 \\ \frac{0(0+1)-1}{4} - 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -7/5 & 0 \\ 0 & -3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_0 \\ \delta y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/5 \\ -1/4 \end{pmatrix} \\ \rightarrow \begin{pmatrix} \delta x_0 \\ \delta y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/7 \\ 1/3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -0.1429 \\ 0.3333 \end{pmatrix} \rightarrow X^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta x_0 \\ \delta y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.1429 \\ 0.3333 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1429 \\ -0.3333 \end{pmatrix} \end{cases}$$



Fecha	Miércoles, 09/03/11	Página 9 de 11
Titulación	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI)	
Asignatura	Métodos Numéricos	
Convocatoria	Evaluación Continua 1ª Prueba	

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \frac{-1/3-7}{5} & \frac{1/7}{5} \\ \frac{-1/3}{4} & \frac{1/7-3}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1/7(-1/3-2)+1}{5} - 1/7 \\ \frac{-1/3(1/7+1)-1}{4} - -1/3 \end{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{pmatrix} -22/15 & 1/35 \\ -1/12 & -5/7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/105 \\ -1/84 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1.4667 & 0.0286 \\ -0.0833 & -0.7143 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0095 \\ -0.0119 \end{pmatrix} \\ \rightarrow \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/147 \\ 1/63 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.0068 \\ 0.0159 \end{pmatrix} \rightarrow X^{(1)} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1429 \\ -0.3333 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.0068 \\ 0.0159 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1361 \\ -0.3492 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Y se comprueba que son suficientes para alcanzar la solución con la precisión solicitada



Apartado (c) Ecuación no lineal unidimensional

Se debe comprobar la existencia y unicidad de solución. Para demostrar la existencia basta con verificar que es aplicable el Teorema de Bolzano:

- $f(x) = \frac{e^x(x-3)-1}{4}$ es continua en $[2,4]$
- $f(2) = \frac{e^2(2-3)-1}{4} < 0$ $f(4) = \frac{e^4(4-3)-1}{4} > 0$ La función cambia de signo en los extremos y por tanto existe al menos un punto en que la función se anula.

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Métodos Numéricos	Página 10 de 11
	Tema	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI) (Evaluación Continua 1ª Prueba)	
	Autor	César Menéndez Fernández	

Para demostrar la unicidad, se estudia la derivada en el intervalo

$$f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{4} > 0 \quad \forall x \in (2, 4)$$

La función es monótona creciente en el intervalo y por tanto la raíz es única.

Selección del método de intervalo

Descartado el método de bisección puesto que no utiliza información de la función, se ha de seleccionar entre Régula Falsi, Régula Falsi Modificada y Müller. Para poder descartar alguna, acudimos a la derivada segunda, para ver si la función mantiene su signo en el intervalo, ya que en este caso sería preferible Régula Falsi Modificada.

$$f''(x) = \frac{e^x(x-1)}{4} > 0 \quad \forall x \in (2, 4)$$

Por tanto la selección se centra entre Régula Falsi Modificada y Müller. El primero es más simple, mientras que el segundo tiene una mayor velocidad de convergencia a costa de una mayor complejidad. Puesto que la función de partida es el producto de x por una exponencial, no parece razonable que aproximarla mediante una parábola compense la complejidad de las operaciones. Comprobamos ambos métodos para alcanzar una precisión de 10^{-6} .

Regula Falsi Mod.	Iter	a	f(a)	b	f(b)	x	f(x)
	1	2.0000	-2.0973	4.0000	13.3995	2.2707	-2.016051836330845
	2	2.2707	-2.0161	4.0000	13.3995	2.4968	-1.777612541459789
	3	2.4968	-1.7776	4.0000	6.6998	2.8120	-1.032127983727373
	4	2.8120	-1.0321	4.0000	3.3499	3.0918	0.255531125190819
	5	2.8120	-1.0321	3.0918	0.2555	3.0363	-0.060911002615977
	6	3.0363	-0.0609	3.0918	0.2555	3.0470	-0.002626071963843
	7	3.0470	-0.0026	3.0918	0.1278	3.0479	0.002354531418792
	8	3.0470	-0.0026	3.0479	0.0024	3.0475	-0.000001095717156
	9	3.0475	-0.0000	3.0479	0.0024	3.0475	-0.000000000456865

Müller	Iter	a	f(a)	m	f(m)	b	f(b)	b	f(b)
	0	2.0000	-2.0973	3.0000	-0.2500	4.0000	13.3995	3.0315	-0.086718562276727
	1	3.0000	-0.2500	3.0315	-0.0867	4.0000	13.3995	3.0470	-0.002566049406251
	2	3.0315	-0.0867	3.0470	-0.0026	4.0000	13.3995	3.0475	-0.000026255508056
	3	3.0470	-0.0026	3.0475	-0.0000	4.0000	13.3995	3.0475	-0.000000007945487

Si bien el número de iteraciones es menor en Müller (4 vs 9), el tiempo de ejecución es superior (14.4ms vs 8.8).

Método de Newton

Ya se han verificado tres de las cuatro condiciones del método. La cuarta:

 UNIVERSIDAD DE OVIEDO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS	Asignatura	Métodos Numéricos	Página 11 de 11
	Tema	Grado Ing. Técnicas Mineras (GITEMI) (Evaluación Continua 1ª Prueba)	
	Autor	César Menéndez Fernández	

$$\max \left\{ \left| \frac{f(a)}{f'(a)} \right|, \left| \frac{f(b)}{f'(b)} \right| \right\} \leq |b - a|$$

no se verifica, ya que $f'(2)=0$. Pero la convergencia del método se garantiza con las tres primeras tomando el extremo en que $f(x)$ y $f''(x)$ tienen el mismo signo, esto es $x=4$.