

Métodos Estadísticos de la Ingeniería. Curso 2010-2011

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales

INSTRUCCIONES: Cada cuestión o ejercicio de la primera parte del examen (preguntas 1 a 5) tiene un valor máximo de 1 punto y cada problema de la segunda parte del examen (preguntas 6 y 7) tiene un valor máximo de 2,5 puntos. El único material permitido, para la realización del examen, es la guía didáctica de la asignatura, sin ningún tipo de anotación o añadido (no está permitido el uso de fotocopias de esta guía) y una calculadora no programable.

• 1ª Parte. Cuestiones y Ejercicios

1. Dada la variable aleatoria X continua, con función de densidad f y función de distribución F , se define la variable aleatoria $Y = aX + b$ ($a \neq 0$). Obtenga las funciones de densidad y de distribución de la variable aleatoria Y . (Capítulo 3. 5.1).
2. Obtenga la esperanza matemática de la distribución de Poisson. (Capítulo 6. 8.3).
3. Las componentes de la variable aleatoria (X, Y) representan la abscisa y la ordenada de un punto aleatorio en el plano. Sabiendo que X e Y son independientes e igualmente distribuidas según una $N(0, 1)$, calcule la probabilidad de que la distancia de (X, Y) al origen sea menor que 0.321.
4. Suponiendo que X sigue una normal de media desconocida y varianza 64, construya un intervalo de confianza al 95 por ciento de la media a partir de la siguiente muestra de tamaño $n=9$.

29, 30, 35, 36, 40, 42, 45, 47, 48.

5. Enuncie y demuestre la cota de Cramer-Rao. (Capítulo 11. 3.1).

• 2ª Parte. Problemas

6. La función de densidad de la variable aleatoria bidimensional (X, Y) es:

$$f(x, y) = \frac{x+y}{27}, \text{ si } 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3; f(x, y) = 0, \text{ en otro caso.}$$

- a) ¿Son X e Y independientes?
- b) Obtenga la esperanza matemática y la varianza de X e Y .
- c) Sabiendo que $X > 2$, calcule la probabilidad de que $Y < 2$.

7. Una máquina produce engranajes cuyo diámetro, debido a imperfecciones inherentes al funcionamiento de la máquina, es una variable aleatoria con distribución $N(\mu; 0.03)$, de tal forma que μ puede ser fijada a voluntad mediante un reglaje de la máquina. Para que un engranaje sea útil, su diámetro debe estar comprendido entre 15.50 y 15.60 mm. Calcule:

- a) el valor de μ que hace máxima la proporción de engranajes útiles y esa proporción máxima,
- b) el tamaño n de la muestra de engranajes necesario para poder construir, a partir de la media muestral, un intervalo de confianza de μ al 95 por ciento de amplitud menor que 0.02 mm.