

Métodos Estadísticos de la Ingeniería. Curso 2009-2010

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales

INSTRUCCIONES: Cada cuestión o ejercicio de la primera parte del examen (preguntas 1 a 5) tiene un valor máximo de 1 punto y cada problema de la segunda parte del examen (preguntas 6 y 7) tiene un valor máximo de 2,5 puntos. El único material permitido, para la realización del examen, es la guía didáctica de la asignatura, sin ningún tipo de anotación o añadido (no está permitido el uso de fotocopias de esta guía) y una calculadora no programable.

• 1ª Parte. Cuestiones y Ejercicios

1. Una urna contiene 2 bolas blancas, 5 negras y 4 rojas y de ella se extraen tres bolas, una a continuación de otra, sin reemplazamiento. La primera que se extrajo resultó roja, la segunda no se miró y la tercera fue negra. Determine la probabilidad de que la segunda bola extraída haya sido blanca.
2. Demuestre que $V(x) = \alpha_2 - \bar{x}^2$. (Capítulo 1. 8.5).
3. Formule y demuestre la desigualdad de Tchebycheff. (Capítulo 4. 4.2).
4. La variable aleatoria x tiene la siguiente función de densidad dependiente del parámetro a .

$$f(x; a) = a(1 - x)^{a-1}, \text{ si } x \in [0, 1]; f(x; a) = 0, \text{ en otro caso.}$$

Obtenga el estimador de máxima verosimilitud del parámetro a , a partir de una muestra aleatoria simple de tamaño n .

5. Obtenga la fiabilidad y la tasa de fallo de un sistema que monta n componentes en serie. (Capítulo 20. 6.2).

• 2ª Parte. Problemas

6. La función de densidad de la variable aleatoria bidimensional (X, Y) es:

$$f(x, y) = \frac{x + y}{27}, \text{ si } 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3; f(x, y) = 0, \text{ en otro caso.}$$

- a) ¿Son X e Y independientes?
- b) Obtenga la esperanza matemática y la varianza de X e Y .
- c) Sabiendo que $X > 2$, calcule la probabilidad de que $Y < 2$.

7. Una máquina produce engranajes cuyo diámetro, debido a imperfecciones inherentes al funcionamiento de la máquina, es una variable aleatoria con distribución $N(\mu; 0.03)$, de tal forma que μ puede ser fijada a voluntad mediante un reglaje de la máquina. Para que un engranaje sea útil, su diámetro debe estar comprendido entre 15.50 y 15.60 mm. Calcule:

- a) el valor de μ que hace máxima la proporción de engranajes útiles y esa proporción máxima,
- b) el tamaño n de la muestra de engranajes necesario para poder construir, a partir de la media muestral, un intervalo de confianza de μ al 95 por ciento de amplitud menor que 0.02 mm.