

Material autorizado. Exclusivamente, un libro, que puede contener anotaciones, una calculadora no programable y material de escritura. No se permite utilizar más de un libro, ni calculadoras programables, ni hojas sin encuadernar.

Calificación. Cada pregunta se puntúa de 0 a 10 y la nota del examen será la media aritmética. Los resultados que no se justifiquen, o que se obtengan por procedimientos diferentes del indicado, no puntúan. Salvo que se indique otra cosa, debe operar con toda la precisión de la calculadora.

Entregue esta hoja al terminar el examen.

1. a) Muestre, mediante un ejemplo, que el método de Newton para la optimización unidimensional puede ser *oscilante* (es decir, que no converja a ningún número, ni tienda a infinito), aunque la función tenga un máximo. **Sugerencia:** busque un polinomio de tercer grado q que verifique

$$q(1) = 0 \quad , \quad \frac{q(0)}{q'(0)} = -2 \quad , \quad \frac{q(2)}{q'(2)} = 2$$

(5 puntos)

b) Muestre, mediante un ejemplo, que el método de Newton para la optimización unidimensional puede converger a un punto que no sea ni de máximo ni de mínimo relativo. **Sugerencia:** considere un polinomio de tercer grado que no tenga ni máximos, ni mínimos relativos. (5 puntos)

Nota: En ambos apartados debe proporcionar la función f a la que se aplica el método y el valor inicial x_0 , así como demostrar que se verifica lo que se pide.

2. Halle la descomposición LU de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 8 & 9 & 9 \\ 1 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

3. Calcule el polinomio de Taylor de orden 8 de $f(x) = xe^{-x^2}$ alrededor del punto $x = 0$.

4. Utilice la regla de Simpson 3/8, de aplicación simple, para estimar el valor de la integral

$$\int_0^3 \int_1^7 \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$$