

Material autorizado. Exclusivamente, un libro, que puede contener anotaciones, una calculadora no programable y material de escritura. No se permite utilizar más de un libro, ni calculadoras programables ni hojas sin encuadernar.

Calificación. Cada pregunta se puntúa de 0 a 10 y la nota del examen será la media aritmética. Los resultados que no se justifiquen, o que se obtengan por procedimientos diferentes del indicado, no puntúan. Salvo que se indique otra cosa, debe operar con toda la precisión de la calculadora. **Entregue esta hoja al terminar el examen.**

1. En este ejercicio se deberá aproximar la solución $y = y(x)$ del problema $y' = x^3 + y + 2$, $y(0) = -1$, mediante el método el método de Euler con tamaño de paso $h = 0.1$. Supondremos que el error $E_k = |y(x_k) - y_k|$ que se comete al aproximar por ese método el valor de $y(x_k)$ mediante y_k verifica $E_k < 0.16 x_k$ para $0 < x_k < 1$.

a) ¿Cuántas raíces positivas tiene la ecuación $y(x) = 0$? Calcúlelas y acote el error cometido. (Para cada raíz r , lo que se pide es determinar $\tilde{r}$ y ε de manera que $|r - \tilde{r}| < \varepsilon$, siendo ε sea lo menor posible). (7 puntos)

b) Repita el apartado a) para la ecuación $y(x) = -0.6$. (3 puntos).

2. Aplique una iteración el método de ascenso de máxima inclinación, con tamaño de paso $h = 0.1$, para calcular el máximo de la función $z = z(x, y)$ definida implícitamente mediante la ecuación $z^3 + x^2 z^2 + y^2 z^2 + z + x^2 + y^2 = 0$. Comience en $x = 0, y = 1$. La iteración concluye al obtener el valor de la función z en el nuevo punto. Tendrá que resolver una ecuación polinómica, de una sola variable, con coeficientes no enteros; utilice dos iteraciones del método de Newton-Raphson.

3. Ajuste, mediante regresión lineal múltiple, la variable z frente a x, y en la siguiente tabla. Debe calcular los coeficientes del plano de regresión $\tilde{z} = a_0 + a_1 x + a_2 y$ (6 puntos), el error estándar (2 puntos) y el coeficiente de determinación (2 puntos).

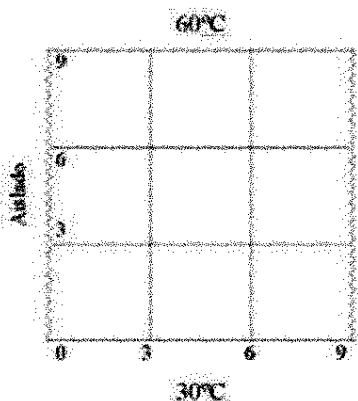
x	0	1	2	3	4
y	1	2	5	6	9
z	4	28	66	89	128

Nota. Para abreviar el cálculo del error estándar y del coeficiente de determinación, recuerde que $\sum \tilde{z}_i w_i = \sum z_i w_i$ para $w = 1, x, y$.

4. Utilice diferencias finitas centradas para simular las temperaturas en una placa cuadrada de 9 cm de lado calentada como se indica en la figura (bordes laterales aislados, lado inferior mantenido a 30°C y el superior a 60°C). Considere $\Delta x = \Delta y = 3$.

a) Planteamiento del sistema en forma matricial (7 puntos).

b) Cálculo de temperaturas y flujos (coef. de conductividad térmica=3)(3 puntos).



Nota. Al hacer los cálculos, tenga en cuenta la simetría del problema.