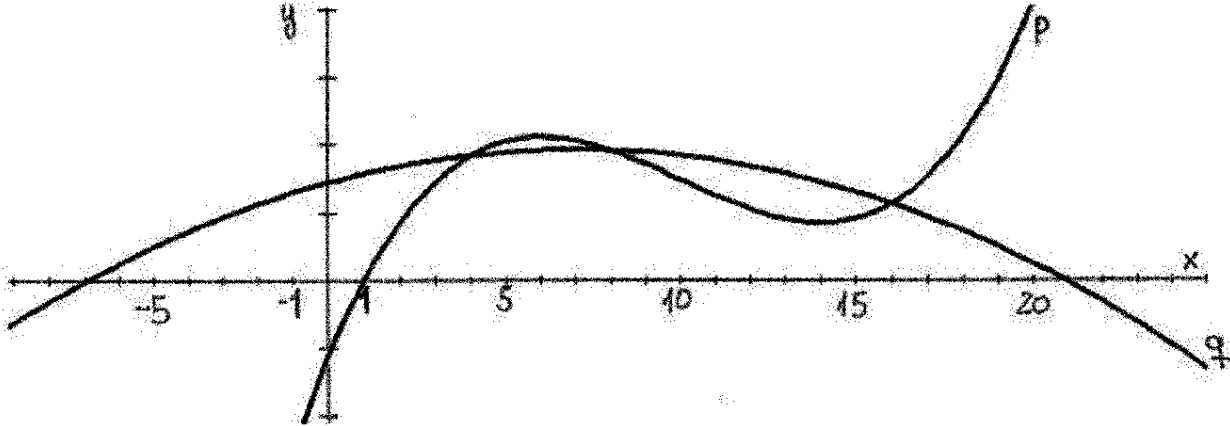


Material autorizado. Exclusivamente, el libro de la asignatura, que puede contener anotaciones, una calculadora no programable y material de escritura. No se permite utilizar más de un libro, ni calculadoras programables ni hojas sin encuadernar.

Calificación. Cada pregunta se puntúa de 0 a 10 y la nota del examen será la media aritmética. Los resultados que no se justifiquen, o que se obtengan por procedimientos diferentes del indicado, no puntúan.

Entregue esta hoja al terminar el examen.

1. Se aplica una iteración del método de Müller, con los valores iniciales $x_0 < x_1 < x_2$, para obtener una primera aproximación x_3 de una raíz r del polinomio $f(x)$. Observando el dibujo adjunto, y sin hacer ningún cálculo, determine: cuál es la gráfica de f (esto es, p ó q) y los valores de x_0, x_1, x_2, x_3 y r . Solo se puntúan las respuestas razonadas.



2. Determine la aproximación del valor mínimo de la función $f(s, t) = s^4 t^2$ que se obtiene al aplicar 10 iteraciones del método de Newton $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - H_i^{-1} \nabla f(\mathbf{x}_i)$, en donde $\mathbf{x}_i = (s_i, t_i)$, H_i es la matriz Hessiana de f en el punto $\mathbf{x}_i$ y $\nabla f(\mathbf{x}_i)$ es el gradiente de f en el punto $\mathbf{x}_i$, expresado como vector columna. Considere $\mathbf{x}_0 = (1, 2)$. Obviamente el valor mínimo es cero y se alcanza en $(0, 0)$. No le piden que calcule esos valores exactos, sino que los aproxime por el método indicado.

3. Calcule la integral $\int_0^2 \frac{dx}{(1+x)^2}$ de tres maneras: de forma exacta y de forma aproximada por el método de Simpson 1/3 de aplicación simple y por la fórmula de Gauss-Legendre de 3 puntos. Comente los resultados.

Las puntuaciones de cada apartado son 1, 2 y 5 puntos respectivamente, más 2 puntos por el comentario sobre la relación entre la calidad de las aproximaciones y el número de nodos empleado.

4. Las únicas operaciones permitidas en este ejercicio son sumar, restar y multiplicar matrices. No se permite resolver sistemas de otra manera, invertir matrices, etc..

Se ha obtenido $B = \begin{pmatrix} 1 & -1.1 \\ -1.9 & 3.1 \end{pmatrix}$ como aproximación de la inversa de $A = \begin{pmatrix} 3.1 & 1.1 \\ 1.9 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Utilice la matriz B para resolver de forma aproximada el sistema $\begin{cases} 3.1x + 1.1y = 5.3 \\ 1.9x + y = 3.9 \end{cases}$.

b) Aplique la técnica de refinamiento iterativo para mejorar la solución hallada en a).

Basta con una iteración. Utilice la matriz B . Opere con 5 cifras significativas.

Obviamente la solución exacta es $x = 1, y = 2$. No le piden que la calcule, sino que la aproxime por el método indicado. El primer apartado vale 3 puntos y el segundo, 7.