

Material autorizado. Exclusivamente, un libro, que puede contener anotaciones, una calculadora no programable y material de escritura. No se permite utilizar más de un libro, ni calculadoras programables ni hojas sin encuadernar.

Calificación. Cada pregunta se puntúa de 0 a 10 y la nota del examen será la media aritmética. Los resultados que no se justifiquen, o que se obtengan por procedimientos diferentes del indicado, no puntúan. El examen se calificará con un **cero** si el alumno utiliza cualquier material que no esté expresamente autorizado o se comunica o intercambia material con otros o es sorprendido con cualquier equipo de comunicación o almacenamiento de información en disposición de ser empleado, lo haya o no utilizado.

Entregue esta hoja al terminar el examen.

1. a) El resultado de un cálculo aproximado es $x \approx 999\,900$ con $|\varepsilon_t| \leq 1\%$, en donde ε_t representa el error relativo porcentual verdadero. ¿Cuánto vale, como máximo, el valor verdadero?, ¿y como mínimo?. Razone las respuestas (3 puntos)

b) Determine la mejor acotación de $|\varepsilon_t|$ al evaluar la expresión $f(x, y) = (20y - 10x)^2 + 4$ para los valores $x \approx 10, y \approx 5$, aproximados en ambos casos con $|\varepsilon_t| \leq 1\%$. Comente la propagación del error. (7 puntos).

2. Aplique el método de ascenso optimal de máxima inclinación para aproximar el valor máximo de la función $f(x, y) = \frac{1}{2(x-1)^2 + (y-3)^2 + 1}$, empezando en $x = 0, y = 1$.

Realice dos iteraciones del método.

La solución exacta es, en este caso, evidente; compárela con sus resultados aproximados.

3. Calcule aproximadamente el valor de de la integral

$$\int_{-1}^1 \int_0^2 \int_{-1}^3 (x + y + z)^3 dx dy dz$$

utilizando, en cada dimensión, la regla de Simpson 1/3 (aplicación simple).

4. Utilice un método Runge-Kutta de tercer orden para resolver el sistema

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= 24x - 2u - 4v \\ \frac{dv}{dx} &= 9x^2 - u + v \\ u(0) &= -1 \\ v(0) &= -1 \end{aligned}$$

en el intervalo $0 \leq x \leq 0.6$ con un tamaño de paso $h = 0.2$.