

**Material autorizado.** Exclusivamente: un libro, a elegir por el alumno y que puede contener anotaciones, una calculadora no programable y material de escritura. No se permite utilizar ninguna hoja suelta.

**Calificación.** Cada pregunta se puntúa de 0 a 10 y la nota del examen será la media aritmética. El examen se calificará con un **cero** si el alumno utiliza cualquier material que no esté expresamente autorizado o se comunica o intercambia material con otros o es sorprendido con cualquier equipo de comunicación (incluyendo teléfonos) en disposición de ser empleado, lo haya o no utilizado. Así mismo, el examen se calificará con un cero si se responde a preguntas que contengan datos correspondientes a modelos de examen de otros alumnos o si no se incluye con las respuestas esta hoja de enunciados.

**Entregue esta hoja al terminar el examen.**

---

**1.** Consideremos el conjunto  $A$  formado por los números de la forma  $n 2^k$ , en donde  $n$  y  $k$  son enteros tales que  $2^{15} \leq n < 2^{16}$ ,  $-47 \leq k \leq 16$ . Se pide determinar razonadamente:

a) Los valores de:  $m = \min A$ ,  $M = \max A$ ,  $\varepsilon = \min \{x \in A : x > 1\}$ .

b) El error relativo más grande que se puede cometer al reemplazar un número real  $x \in [m, M]$  por el elemento de  $A$  más cercano a  $x$ , esto es, se pide calcular

$$\max \left\{ \frac{\min \{|x - a| : a \in A\}}{x} : x \in [m, M] \right\}$$

c) Los enteros  $n \in [2^{15}, 2^{16}]$  y  $k \in [-47, 16]$  que verifican  $n 2^k = 1066656$ .

**2.** Aplique el método de Bairstow para calcular de forma aproximada todas las raíces del polinomio  $p(x) = x^4 - 2x^3 + 258x^2 - 512x + 512$ . Utilice como valores iniciales  $r = 2, s = -1$  para el binomio  $x^2 - rx - s$ . Aplique una iteración del método (es decir, tiene que calcular  $\Delta r$  y  $\Delta s$  una sola vez y dividir polinomios dos veces). Trabaje con la máxima precisión que le permita su calculadora, presentando los resultados intermedios y finales con cuatro cifras significativas.

**3.** En este ejercicio **todas** las operaciones deben hacerse redondeando a **dos** cifras significativas. Consideremos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1.1 & 0 & 0.9 \\ 0 & 2.2 & 0 \\ 2.3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 3.1 \\ 0 \\ 5.6 \end{pmatrix} \quad ; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

a) Calcule de forma aproximada  $A^{-1}$  mediante eliminación de Gauss.

b) Aplique el apartado a) para resolver de forma aproximada el sistema  $AX = B$ .

c) Mejore la solución hallada en b) mediante refinamiento iterativo (basta una iteración).

**4.** Resuelva mediante el método de Ralston, desde  $x_0 = 1$  hasta  $x_3 = 1.3$  con tamaño de paso  $h = 0.1$ , el problema de valores iniciales  $xy' = 2y$  ;  $y(1) = 2$ .