

Material autorizado. Exclusivamente: un libro, a elegir por el alumno y que puede contener anotaciones, una calculadora no programable y material de escritura. No se permite utilizar ninguna hoja suelta.

Calificación. Cada pregunta se puntúa de 0 a 10 y la nota del examen será la media aritmética. El examen se calificará con un **cero** si el alumno utiliza cualquier material que no esté expresamente autorizado o se comunica o intercambia material con otros o es sorprendido con cualquier equipo de comunicación (incluyendo teléfonos) en disposición de ser empleado, lo haya o no utilizado. Así mismo, el examen se calificará con un cero si se responde a preguntas que contengan datos correspondientes a modelos de examen de otros alumnos o si no se incluye con las respuestas esta hoja de enunciados.

Entregue esta hoja al terminar el examen.

1. Aplique la fórmula del error de la regla del trapecio para determinar el número de subintervalos que deben tomarse para calcular la integral $\int_4^6 (x^3 - e^{-x}) dx$ mediante la regla del trapecio de aplicación múltiple con un error de truncamiento menor que 0.01 (en valor absoluto).

2. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones usando la descomposición LU con pivoteo parcial.

$$2x + y + z = 7$$

$$3x + y - z = 2$$

$$x + 2y + z = 8$$

3. Desarrolle segmentarias cuadráticas para la siguiente tabla con la condición $f'(0) = 1$.

x	0	4	6	10
$f(x)$	1	21	43	111

4. Sean A una matriz $n \times n$ no singular y B una matriz columna $n \times 1$. Para resolver el sistema de lineal n ecuaciones con n incógnitas $AX = B$, se calcula una matriz $n \times n$ no singular D que aproxima a la inversa A^{-1} . Así se obtiene una primera solución aproximada $X_0 = DB$. Para mejorar la solución, se aplica la técnica de refinamiento iterativo una y otra vez, utilizando la matriz D , y obteniendo así una sucesión de aproximaciones de la solución que viene dada por una fórmula de recurrencia

$$X_{k+1} = M X_k + X_0, \quad k \geq 0$$

en donde M es una cierta matriz $n \times n$.

a) Determinése la matriz M en función de las matrices A, D y la identidad I .

b) Demuéstrese que si la sucesión $\{X_k\}$ converge, entonces lo hace hacia la solución de la ecuación $AX = B$.