



Tema 4: Modelos de probabilidad continuos

LLAMADAS La duración de las llamadas de los usuarios de una nueva compañía de telefonía se distribuye aleatoriamente entre 10 y 60 minutos.

- Calcular la probabilidad de que la duración de una llamada supere los 45 minutos.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la duración de una llamada esté entre 25 y 35 minutos?
- ¿Cuál es la duración esperada de las llamadas? ¿Y su varianza?
- La compañía lanza una campaña de promoción que incluye la concesión a los usuarios de bonos de descuento por cada llamada que efectúen con duración superior a 45 minutos. Si un cliente realiza un día 10 llamadas, ¿cuál será la probabilidad de que tenga derecho al menos a un bono de descuento?
- ¿Cuál es el número esperado de llamadas que deberá realizar hasta obtener un descuento? Obtener la probabilidad de que la sexta llamada sea la primera en obtener un descuento.

Resultados

- $p=0,3$
- $p=0,2$
- $E(X)=35$; $\text{Var}(X)=208,3$
- $P(Y \geq 1)=0,9717$
- $E(Z)=3,3$; $P(Z=6)=0,0504$

TABLAS Siendo Z una variable aleatoria que sigue una distribución normal estándar, calcular las siguientes probabilidades y valores utilizando las tablas correspondientes:

- $P(Z \leq 1,65)$
- $P(Z \leq -1,65)$
- $P(-1,65 < Z < 0,61)$
- $P(|Z| \leq 1,96)$
- $P(|Z| > 1,96)$
- ¿Cuál es el octavo decil de la distribución? ¿Y el primer decil?

Resultados

- $P(Z \leq 1,65)=0,9505$
- $P(Z \leq -1,65)=0,0495$
- $P(-1,65 < Z < 0,61)=0,6796$
- $P(|Z| \leq 1,96)=0,95$
- $P(|Z| > 1,96)=0,05$
- $d_8=0,85$; $d_1=-1,28$

LATAS El contenido (en gramos) de las latas de cierto producto se distribuye según un modelo probabilístico normal con media 150 y desviación típica 12.

- Calcular la probabilidad de que una lata contenga más de 160 gramos de producto.
- Determinar la probabilidad de que el peso del contenido de la lata se desvíe del esperado como máximo 10 gramos.
- ¿Cuál es el contenido máximo que poseen el 90% de las latas del producto analizado?
- Si cada gramo de producto incluido en una lata supone para la fábrica un coste de 0,05 euros, obtener la probabilidad de que el coste total de una lata sea superior a 8 euros.
- Seleccionadas 10 latas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que alguna contenga más de 160 gramos de producto?



Resultados

- a) $P(X > 160) = 0,2033$
- b) $P(|X - 150| \leq 10) = 0,5934$
- c) $a = 164,38$.
- d) $P(C > 8) = 0,2033$
- e) $P(Y \geq 1) = 0,8970$

TEMPERATURAS Una agencia de viajes oferta vacaciones a cierta ciudad cuya temperatura esperada (en grados C) es $\mu = 25$ con varianza $\sigma^2 = 75$. El responsable del viaje baraja tres hipótesis sobre la distribución de las temperaturas: distribución desconocida, modelo uniforme (entre 10 y 40 °C) o normalidad. Calcular la probabilidad de que la temperatura de un día cualquiera se encuentre en un margen de 1,2 desviaciones típicas respecto a μ en las tres situaciones anteriores.

Resultados

- Si consideramos la desigualdad de Chebyshev: $P(|X - \mu| \leq 1,2\sigma) \geq 0,3055$
- Si $X \sim U(10, 40)$: $P(|X - \mu| \leq 1,2\sigma) = 0,6928$
- Si $X \sim N(25, \sqrt{75})$: $P(|X - \mu| \leq 1,2\sigma) = 0,7698$

FRUTERÍA El peso de las bandejas de manzanas envasadas que se venden en cierto supermercado se distribuye aleatoriamente entre 1,420 y 1,540 kilogramos.

- a) Si se selecciona al azar una bandeja, ¿cuál es la probabilidad de que su peso sea inferior a 1,5 Kg.? ¿Cuál es el peso esperado de las bandejas?
- b) El encargado de la frutería recibe una comisión de 0,5 euros por cada cliente que adquiere una bandeja de manzanas con peso inferior a 1,5 Kg. Si en un día cualquiera acuden 5 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que obtenga una comisión de al menos 2 euros?
- c) Sabiendo que 2 de cada 10 clientes del supermercado realizan compras en la frutería, obtener la probabilidad de que en un día cualquiera sea el quinto cliente que llega al supermercado el primero en comprar en la frutería. ¿Cuál es el número esperado de clientes que acudirán al supermercado antes de efectuar la primera venta de fruta?

Resultados

- a) $P(X < 1,5) = 0,667$; $E(X) = 1,48$
- b) $P(C > 2) = 0,132$.
- c) $P(W = 5) = 0,0819$, $E(W) = 5$.

AGUA El consumo mensual de agua de los hogares en cierto país (expresado en m³) sigue una distribución normal $N(15, 3)$.

- a) Calcular la probabilidad de que el consumo mensual de un hogar sea superior a 19 m³.
- b) Completar la siguiente afirmación: El consumo mensual de agua del 25% de los hogares está por debajo de _____ m³.
- c) Se ha observado que entre los hogares que consumen más de 19 m³ al mes un 15% despilfarra agua, bajando dicho porcentaje al 8% entre los hogares cuyo consumo mensual no sobrepasa dicha cantidad. Seleccionado al azar un hogar, ¿cuál es la probabilidad de que despilfarre agua?



Resultados

- a) $P(X > 19) = 0,0918$
- b) $a = 12,99 \text{ m}^3$.
- c) $P(D) = 0,0864$

NOTAS Las notas obtenidas por los alumnos en un examen final siguen una distribución normal con media de 72 puntos y varianza 9.

- a) El 10% superior de los alumnos recibieron un sobresaliente y el 25% inferior un suspenso. Hallar las calificaciones mínima y máxima para obtener, respectivamente, un sobresaliente y un suspenso.
- b) Seleccionados 15 alumnos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que más de uno haya obtenido un suspenso?

[Adaptado de PERALTA, M.J. y otros (2000): *Estadística. Problemas resueltos*. Ed. Pirámide. Ejercicio 15, pág. 376]

Resultados

- a) Nota mínima de los alumnos que obtuvieron sobresaliente: 75,84
Nota máxima de los alumnos que obtuvieron suspenso: 69,99.
- b) $P(Y > 1) = 0,9198$

CINTAS En el etiquetado de las cintas de vídeo de determinada marca aparecen sus características de duración en minutos $\mu = 180$ y $\sigma = 12$. La empresa fabricante afirma además que la duración del producto sigue un modelo probabilístico normal.

- a) Calcular la proporción de cintas cuya duración se desvía de la esperada como máximo en un cuarto de hora.
- b) Si un consumidor del producto ha utilizado una cinta para la grabación de una película de dos horas y media, ¿cuál es la probabilidad de que, por falta de espacio, se pierda el final?
- c) En el caso de que se desee grabar cierto partido de tenis, ¿qué duración como máximo debe tener este encuentro para poder asegurar con probabilidad del 10% que la retransmisión ha sido grabada íntegramente?
- d) La empresa fabricante ha decidido admitir la devolución de aquellas cintas cuya duración sea inferior a los 165 minutos. Sabiendo que un consumidor ha adquirido un lote de 6 cintas, calcular la probabilidad de que alguna de ellas deba ser devuelta.

Resultados

- a) $P(|X - 180| \leq 15) = 0,788$
- b) $p = 0,62$
- c) Duración máxima: 195,38
- d) $P(Y \geq 1) = 0,4881$