



Tema 3: Modelos de probabilidad

ABOGADO Un gabinete de abogados ha observado que en el 68% de los juicios celebrados el fallo ha sido favorable a sus clientes.

- Si se examinan al azar los expedientes de 8 juicios, ¿cuál es la probabilidad de que 3 clientes ganen el juicio? ¿y de que lo hagan al menos 5 clientes?
- Si cada juicio ganado supone una prima para el gabinete de 1.000 euros, ¿cuál será el valor esperado de las primas por juicios ganados?
- Asumiendo que la proporción de éxitos se mantiene, ¿cuál será el número esperado de juicios que se deben celebrar durante el próximo mes hasta conseguir ganar uno?

SOLUCIÓN

- Si se examinan al azar los expedientes de 8 juicios, ¿cuál es la probabilidad de que 3 clientes ganen el juicio? ¿y de que lo hagan al menos 5 clientes?

La variable aleatoria X , que representa el “número de juicios ganados de los 8 examinados al azar”, seguirá una distribución binomial $X \sim B(8, 0,68)$, con lo cual la probabilidad de que tres clientes ganen sus juicios viene dada por:

$$P(X = 3) = \binom{8}{3} 0,68^3 0,32^5 = 0,06$$

Dado que X es una variable discreta, la probabilidad de que al menos cinco clientes ganen el juicio es equivalente a la probabilidad de que lo ganen más de cuatro, esto es:

$$P(X \geq 5) = P(X > 4) = P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) = 0,7681$$

- Si cada juicio ganado supone una prima para el gabinete de 1.000 euros, ¿cuál será el valor esperado de las primas por juicios ganados?

Definimos la variable aleatoria Y como “primas por juicios ganados (en euros)”. Dado que $Y = 1.000X$, se verificará que:

$$E(Y) = E(1.000X) = 1.000E(X)$$

Así pues, $E(Y) = 1.000 E(X) = 5.440$, es decir, el valor esperado de las primas obtenidas por los juicios ganados asciende a 5.440 euros.

- Asumiendo que la proporción de éxitos se mantiene, ¿cuál será el número esperado de juicios que se deben celebrar durante el próximo mes hasta conseguir ganar uno?

Ahora nos interesa una nueva variable Z , que recoge el “número de juicios hasta el primer éxito” y seguirá por tanto una distribución geométrica $G(0,68)$.

El valor esperado en este modelo es el inverso de la probabilidad de éxito, esto es, $E(Z) = 1/0,68 = 1,47$ juicios.