

MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 3: MODELOS DE PROBABILIDAD DISCRETOS

3.1.- Procesos de Bernoulli y distribuciones asociadas.

3.1.1- Modelo binomial.

3.1.2- Modelo geométrico.

3.2.- Modelo hipergeométrico.

3.3.- Modelo de Poisson.



TEMA 3. COMPETENCIAS

- Identificar los principales modelos de probabilidad discretos, comprendiendo los supuestos en los que se basan.
- Manejar las expresiones de la esperanza y la varianza de los principales modelos.
- Calcular probabilidades para los principales modelos.



MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 3: MODELOS DE PROBABILIDAD DISCRETOS

3.1.- Procesos de Bernoulli y distribuciones asociadas.

3.1.1- Modelo binomial.

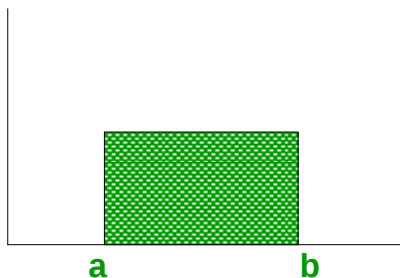
3.1.2- Modelo geométrico.



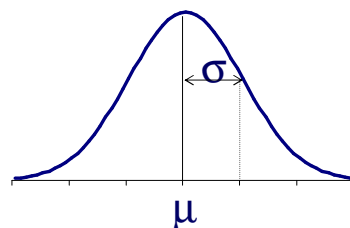
MODELOS PROBABILÍSTICOS

- El comportamiento de magnitudes aleatorias diversas puede presentar en la práctica pautas comunes
- Un **modelo probabilístico** representa una familia de distribuciones de probabilidad, que dependen de ciertos parámetros

MODELO UNIFORME



MODELO NORMAL



Distribución de Bernoulli

Experiencia aleatoria

Éxito

Fracaso

Variable aleatoria

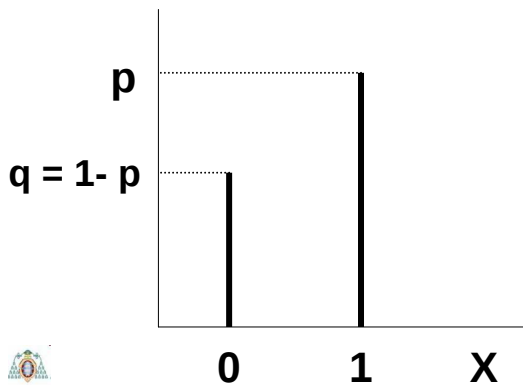
1

0

Probabilidad

$P(X=1)=p$ $P(X=0)=q$

PRUEBA ÚNICA



Características:

$$E(X)=p$$

$$\text{Var}(X)=pq$$

Procesos de Bernoulli

EXPERIENCIA	ÉXITO	PROBABILIDAD DE ÉXITO	NÚMERO DE PRUEBAS
Lanzamiento de un dado 	"Sacar un 2"	$p = \frac{1}{6}$	10
Estudio sobre situación laboral 	"Activo"	Tasa de actividad	30
Sondeo previo a referendum 	"Votar Sí"	$p=0,4$	240
Convocatoria para entrevista 	"Acudir"	p	20

"Número de éxitos en n pruebas"

$B(n, p)$

Proceso de Bernoulli

Experiencia aleatoria con dos posibles resultados

- Se llevan a cabo **n pruebas** u observaciones
- Las **n observaciones** son **independientes** entre sí
- La **probabilidad de éxito p** permanece **constante** en todas las pruebas

Los supuestos en los que se basan los procesos de Bernoulli permiten definir varios modelos probabilísticos: binomial, geométrico...



Proceso de Bernoulli

Experiencia aleatoria con dos posibles resultados

- Se llevan a cabo **n pruebas** u observaciones
- Las **n observaciones** son **independientes** entre sí
- La **probabilidad de éxito p** permanece **constante** en todas las pruebas

En estas condiciones, la variable aleatoria que recoge el “**número de éxitos en las n pruebas**” se dice que **sigue un modelo binomial $B(n,p)$**

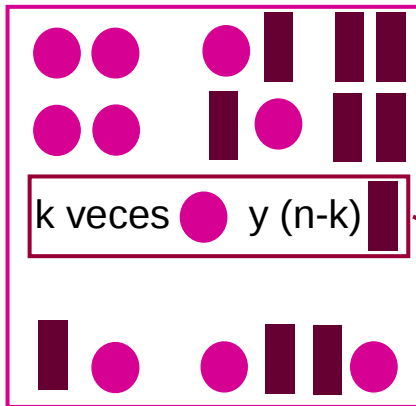


Modelo binomial

SUCESO
"k éxitos en n pruebas"

v.a.
 $X \approx B(n, p)$

Probabilidad
 $P(X=k)$



Nº de secuencias de n pruebas con k éxitos

$$C_{n,k}$$

$$p^k (1-p)^{n-k}$$

 = "éxito"
 = "fracaso"

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$



Distribución de probabilidad Binomial

Función de probabilidad

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$k = 0, 1, \dots, n$

Características

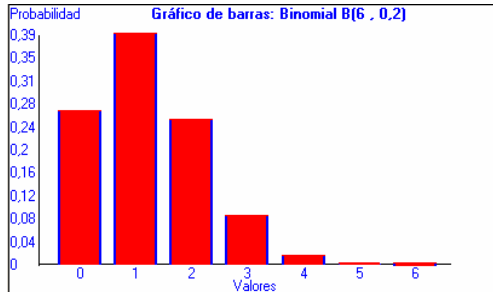
$$E(X) = np$$

$$\text{Var}(X) = npq$$

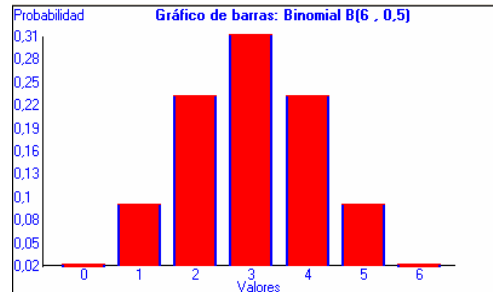


Representación gráfica

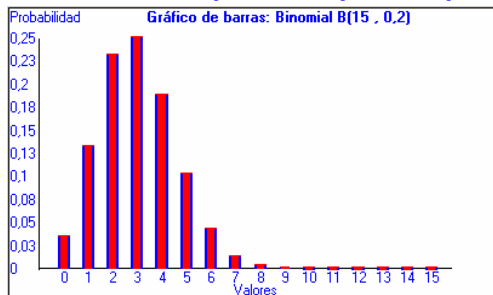
$$X \approx B(n=6, p=0,2)$$



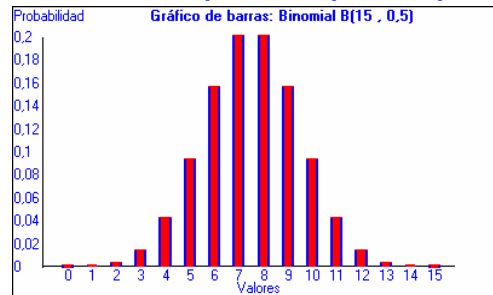
$$X \approx B(n=6, p=0,5)$$



$$X \approx B(n=15, p=0,2)$$

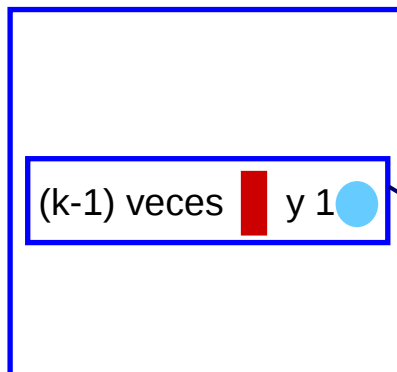


$$X \approx B(n=15, p=0,5)$$



Modelo geométrico

SUCESO "Nº pruebas hasta 1er. éxito" **v.a.** $X \approx G(p)$ **Probabilidad** $P(X=k)$



$$(1-p)^{k-1}p$$

 ="éxito"

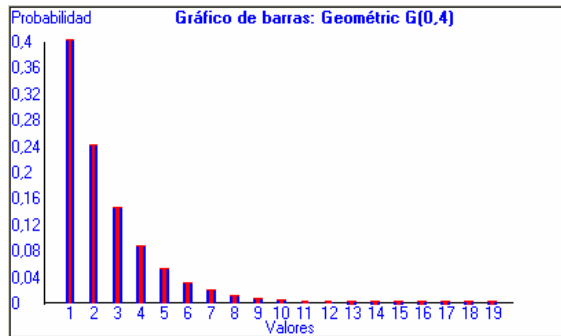
 ="fracaso"



Distribución de probabilidad Geométrica

X: Número de pruebas hasta el primer éxito $X \approx G(p)$

$$P(X = k) = (1-p)^{k-1}p \quad k = 1, \dots, n, \dots$$



$$E(X) = \frac{1}{p}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{q}{p^2}$$

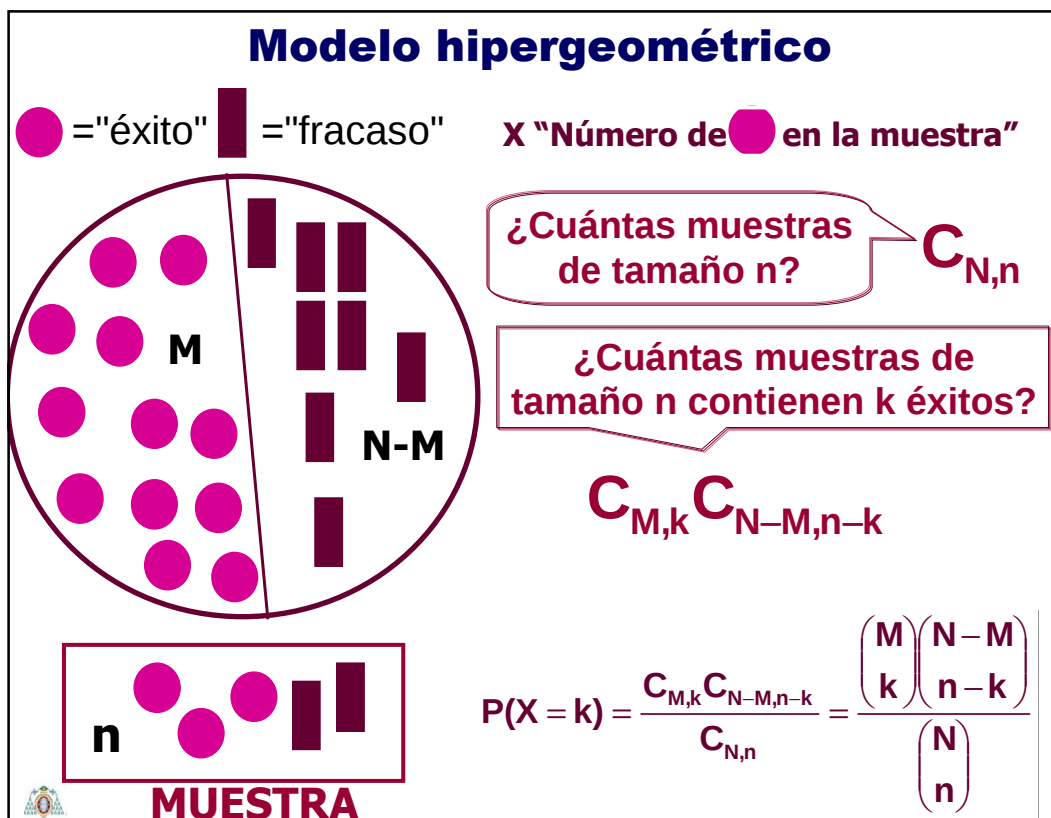


MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 3: MODELOS DE PROBABILIDAD DISCRETOS

3.2.- Modelo hipergeométrico.





Distribución de probabilidad Hipergeométrica

Función de probabilidad $P(X=k) = \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$

$$k = \max[0, n-(N-M)], \dots, \min(M, n)$$

Características

$$E(X) = n \frac{M}{N} = np$$

$$\text{Var}(X) = n \frac{M(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)} = npq \frac{(N-n)}{(N-1)}$$

Factor de corrección

Convergencia

$$H(N, M, n) \rightarrow B(n, p)$$

$$N > 50 \text{ y } n < 0,1N$$

MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 3: MODELOS DE PROBABILIDAD DISCRETOS

3.3.- Modelo de Poisson.



Modelo de Poisson

- N° de personas que viven más de 100 años
- N° de accidentes aéreos
- N° de erratas en una página
- N° de teléfonos marcados incorrectamente en un día

Características

- PROCESO ESTABLE (λ =número medio de sucesos por unidad)
- SUCESOS INDEPENDIENTES
- PROBABILIDAD DE QUE SE PRODUZCAN 2 O MÁS SUCESOS EN UN INTERVALO PEQUEÑO $\cong 0$



Distribución de probabilidad de Poisson

X “Número de sucesos en cierto intervalo”

$$X \approx P(\lambda)$$

Función de probabilidad

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots$$

Características

$$E(X) = \lambda$$

$$\text{Var}(X) = \lambda$$

