

MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 2: MAGNITUDES ALEATORIAS

- 2.1.- Variable aleatoria. Variables discretas y continuas**
- 2.2.- Distribución de probabilidad de una variable aleatoria**
- 2.3.- Características de las variables aleatorias. Valor esperado y dispersión**
- 2.4.- Desigualdad de Chebyshev**



TEMA 2. COMPETENCIAS

- Entender intuitivamente el concepto de variable aleatoria, justificando la presencia de incertidumbre en el ámbito económico.
- Saber distinguir entre variables discretas y continuas.
- Saber calcular probabilidades acumuladas y de intervalos en el caso de variables discretas y continuas.
- Interpretar adecuadamente el valor esperado y la varianza de una variable aleatoria.
- Comprender la utilidad de la desigualdad de Chebyshev y sus limitaciones.



MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 2: MAGNITUDES ALEATORIAS

2.1.- Variable aleatoria. Variables discretas y continuas



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

ESTUDIOS EMPÍRICOS

Sin incertidumbre

- Nº de sucursales
- Beneficios obtenidos el año pasado

Variables estadísticas

Con incertidumbre

- Generación de empleo
- Inflación prevista

Hechos futuros

Análisis no exhaustivos

Variables aleatorias



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

MAGNITUDES ALEATORIAS

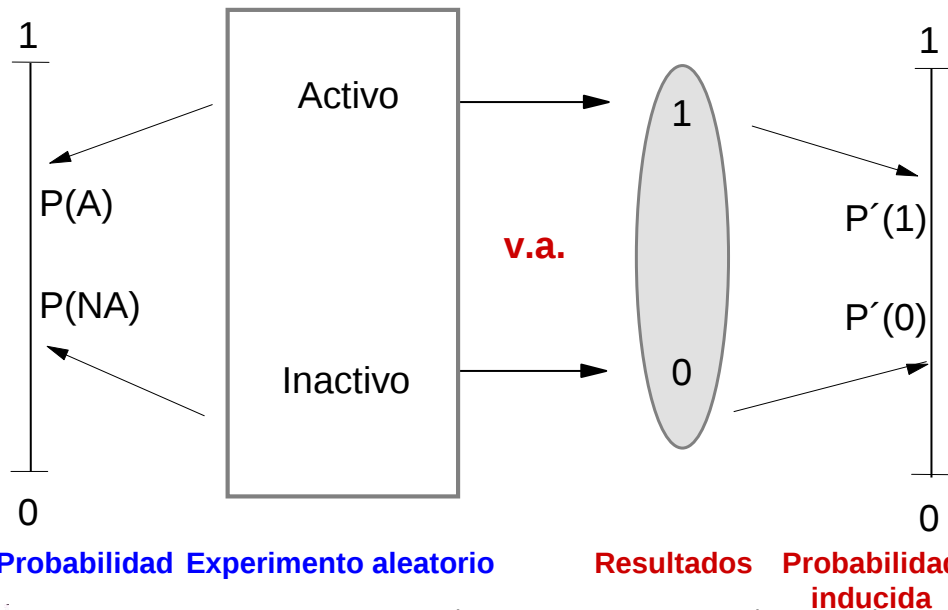
Descripción de una variable aleatoria y su distribución de probabilidad

- X “Demanda diaria de combustible en las gasolineras de una ciudad (miles de litros)”
- Cálculo de probabilidades: $P(X \geq 12)$, $P(6 < X \leq 15)$
- Medidas de resumen de X
- Descripción de la distribución de probabilidad de X: modelos habituales



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Variables aleatorias

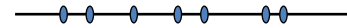


Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Tipos de magnitudes aleatorias

Trabajadores de una empresa
Clientes de una entidad bancaria
Población ocupada de un sector

DISCRETAS
[Recorrido finito
o infinito numerable]



Renta Nacional de un país
Nivel de Inflación
Consumo de combustible

CONTINUAS
[Recorrido infinito
no numerable]



Tiempo de espera ante un
semáforo
Ganancias de un juego de azar
Tarifa de un servicio

MIXTAS



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

VARIABLES ESTADÍSTICAS

- Discretas
- Continuas
- Mixtas

VARIABLES ALEATORIAS

- Discretas
- Continuas
- Mixtas

TIPO

Valores
+
Frecuencias

DESCRIPCIÓN

Valores
+
Probabilidades

Media
Varianza

CARACTERÍSTICAS

Esperanza
Varianza



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 2: MAGNITUDES ALEATORIAS

2.2.- Distribución de probabilidad de una variable aleatoria



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Variable aleatoria discreta

→ Situación laboral

X v.a. discreta

Inactivo → $X = 0$ $P(X=0)=0,4$

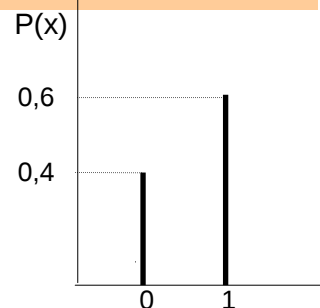
Activo → $X = 1$ $P(X=1)=0,6$

Función de probabilidad

i) $P : x \in \mathcal{X} \rightarrow [0,1]$

ii) $P(x) \geq 0$

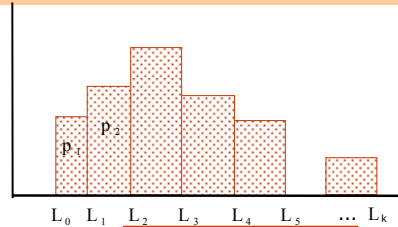
iii) $\sum_i P(x_i) = 1$



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

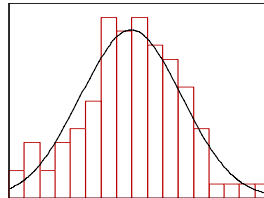
Variable aleatoria continua

X “Beneficios de una sucursal bancaria”



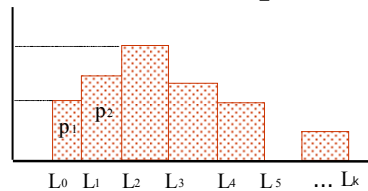
X continua

Densidad de probabilidad

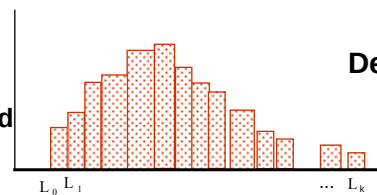


Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Densidad de probabilidad



Intervalos de menor amplitud



Densidad

Probabilidad intervalo
Amplitud

Función de densidad



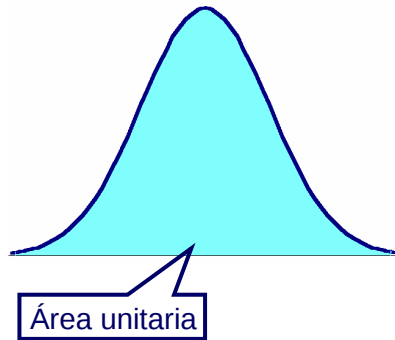
Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Función de densidad

$$f : x \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

i) $f(x) \geq 0$

ii) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$



FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN

Definición

$$F : x \in \mathbb{R} \rightarrow F(x)$$

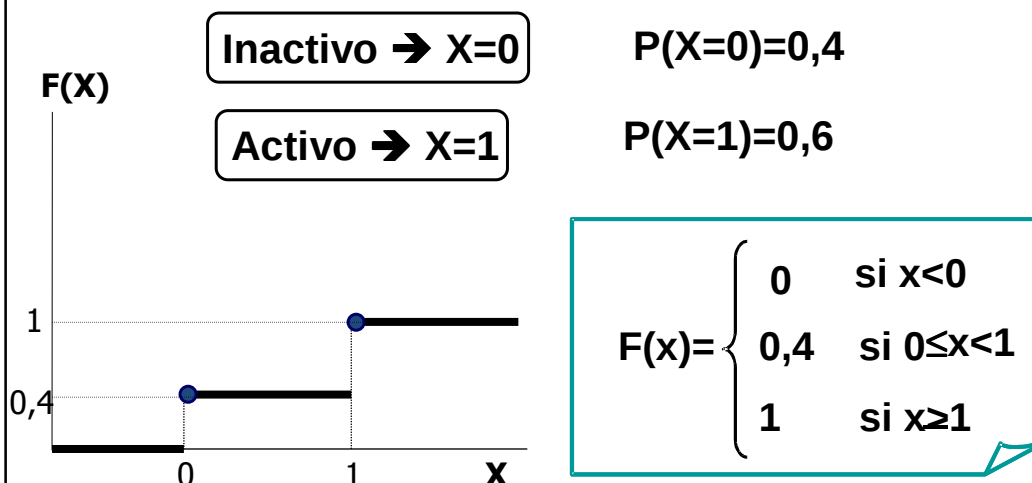
$$F(x) = P(X \leq x) \in [0, 1]$$

Significado

Probabilidad acumulada
hasta cierto valor x



Probabilidad acumulada



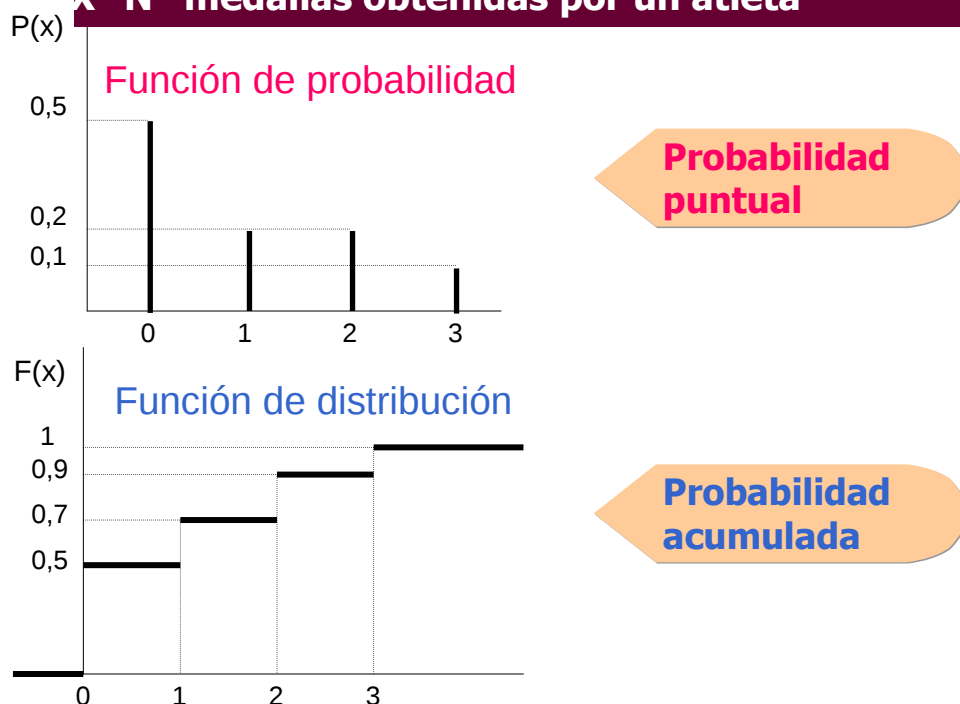
Función de distribución

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^i P(x_j)$$



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

X "Nº medallas obtenidas por un atleta"

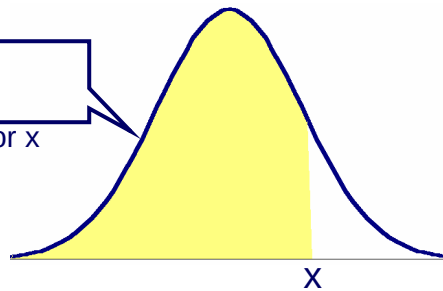


Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE UNA VARIABLE CONTINUA

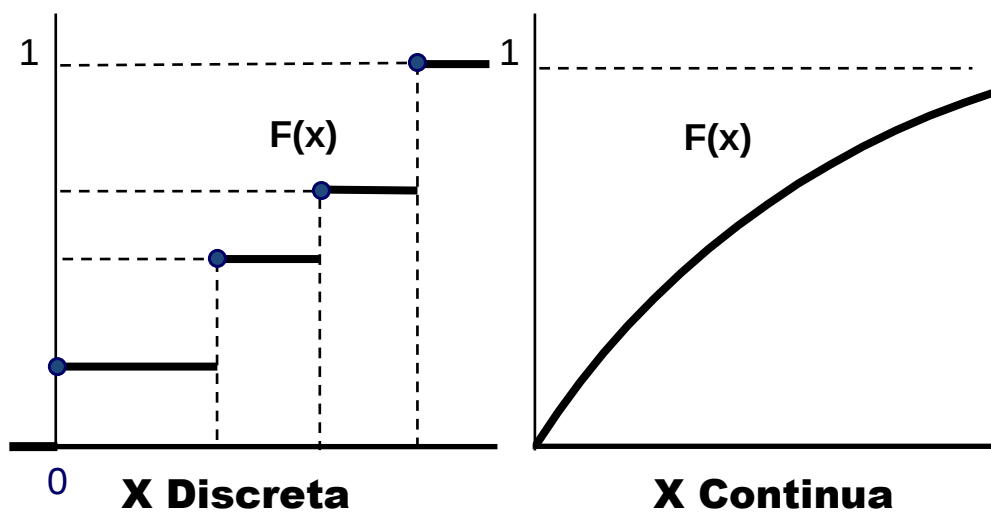
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Área =
Probabilidad
acumulada por x



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Representación gráfica

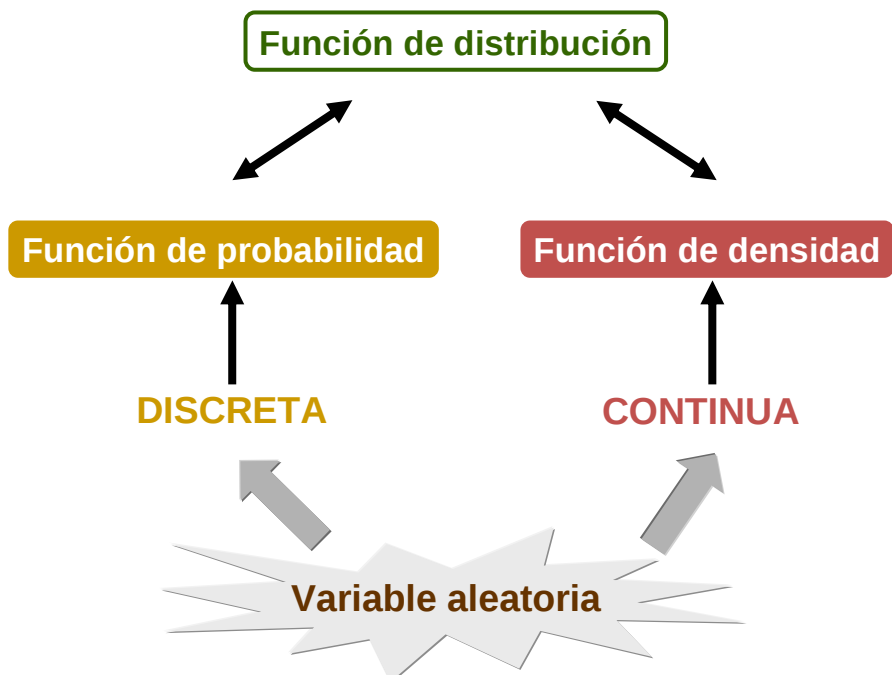


Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Función de distribución

Propiedades

- i) F es monótona no decreciente: $x_1 < x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$
- ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$
- iii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$
- iv) F es continua a la derecha: $\lim_{h \rightarrow 0^+} F(x + h) = F(x)$



Conexión entre función de probabilidad y función de distribución

$$F(x_i) = \sum_{j=1}^i P(x_j)$$
$$P(X = x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1})$$

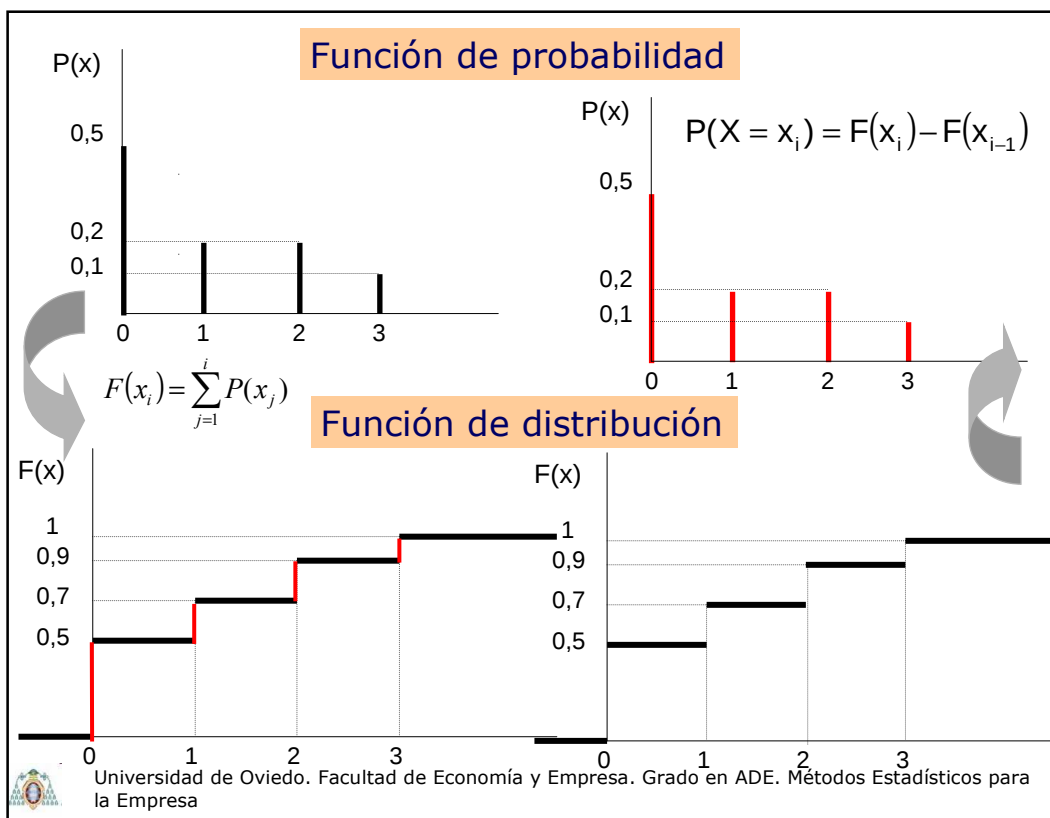
Conexión entre función de densidad y función de distribución

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$f(x) = F'(x)$$



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa



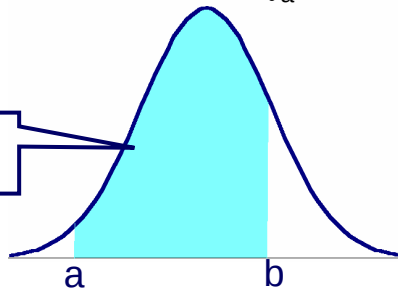
Probabilidades de intervalos

$$P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$$

Caso continuo

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Área =
Probabilidad del
intervalo



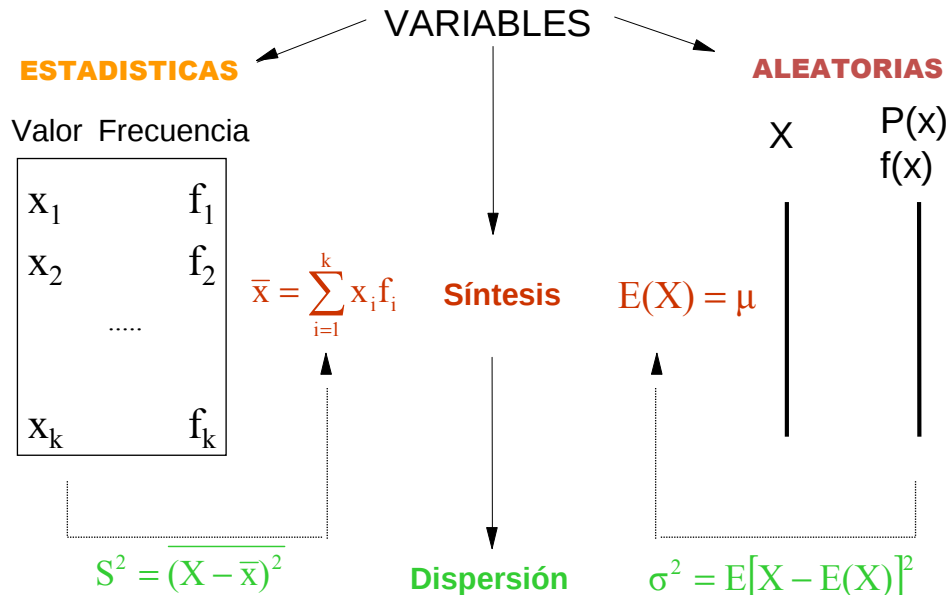
MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 2: MAGNITUDES ALEATORIAS

2.3.- Características de las variables aleatorias. Valor esperado y dispersión

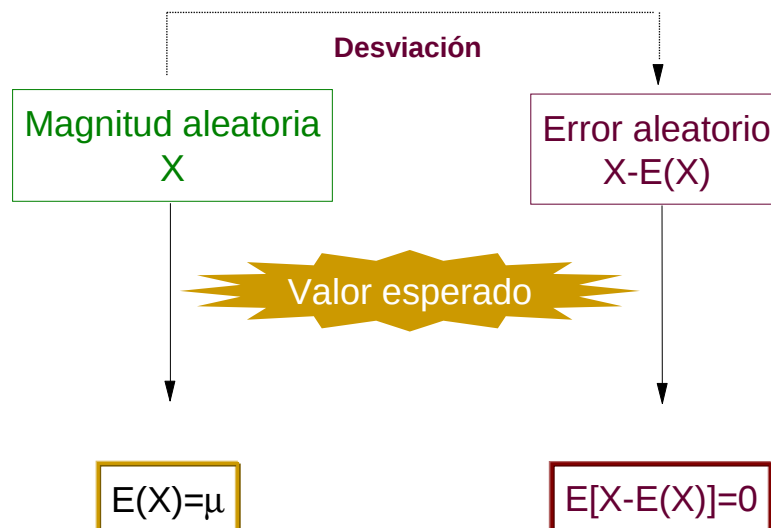


Características de una variable aleatoria



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Esperanza



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Valor Esperado

X discreta $E(X) = \int_{\mathfrak{R}} x \, dF(x)$ **X continua**

$$E(X) = \sum_i x_i p_i$$
$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

Propiedades

- i) $E(c) = c$ $a \, c \in \mathfrak{R}$
- ii) $E(aX) = a E(X)$
- iii) $E(X+c) = E(X) + c$
- iv) $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$



Varianza

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2]$$

X DISCRETA

$$Var(X) = \sum_i (x_i - \mu)^2 p_i$$

X CONTINUA

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$



Propiedades de la varianza

Expresión
alternativa

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$$

- i) $\sigma^2 \geq 0$ a $c \in \Re$
- ii) $\text{Var}(X+c) = \text{Var}(X)$
- iii) $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$



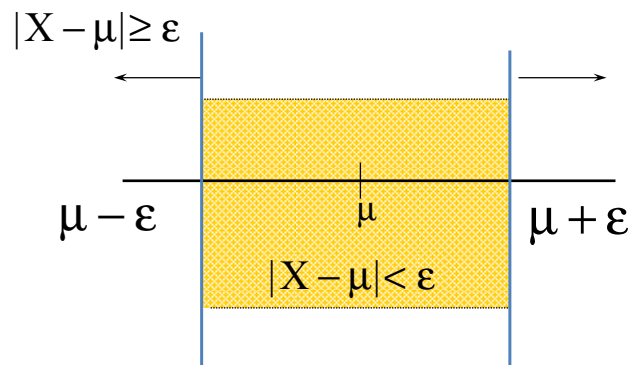
MÉTODOS ESTADÍSTICOS PARA LA EMPRESA

TEMA 2: MAGNITUDES ALEATORIAS

2.4.- Desigualdad de Chebyshev



DESIGUALDAD DE CHEBYSHEV



Sea X una v.a. Con esperanza y varianza finitas. Entonces para cualquier número real ε positivo se verifica:

$$P(|X - \mu| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

$$P(|X - \mu| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa

Acotación de Chebyshev

Valor k	Cota inferior para $P(X-E(X) < k\sigma)$	Cota superior para $P(X-E(X) \geq k\sigma)$
1	0	1
2	0,75	0,25
3	0,89	0,11
4	0,9375	0,0625
5	0,96	0,04
10	0,99	0,01



Universidad de Oviedo. Facultad de Economía y Empresa. Grado en ADE. Métodos Estadísticos para la Empresa