

PRÁCTICAS DE LABORATORIO CON WxMaxima

PRACTICA 1. Límites de funciones

1) Comprobar, mediante límites, que la función $f(x) = x(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$, no es acotada superiormente.

```
(%i1) limit(x*(x-1), x, inf);  
(%o1) ∞
```

2) Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + x^3) \log\left(1 + \frac{1}{x^3}\right) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(x) - \cos(x)}{1 - \tan(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{1/\sin(x)} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8}{2 + e^{-1/x}}$$

```
(%i2) limit(sin(x-a)/(x^2-a^2), x, a);
```

```
(%o2) 1  
2 a
```

```
(%i3) limit((x^2+x^3)*log(1+(1/x^3)), x, inf);
```

```
(%o3) 1
```

```
(%i4) limit((sin(x)-cos(x))/(1-tan(x)), x, %pi/4);
```

```
(%o4) 1  
sqrt(2)
```

```
(%i5) limit((cos(x))^(1/sin(x)), x, 0);
```

```
(%o5) 1
```

```
(%i6) limit(8/(2+exp(-1/x)), x, 0);
```

```
(%o6) und
```

```
(%i7) limit(8/(2+exp(-1/x)), x, 0, minus);
```

```
(%o7) 0
```

```
(%i8) limit(8/(2+exp(-1/x)), x, 0, plus);
```

```
(%o8) 4
```

Al ser los límites laterales distintos, en este último ejemplo la función no tiene límite en $x = 0$.

- 3) Comprobar que la función $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$ no tiene asíntotas verticales.

Condición necesaria (no suficiente) para que $x = a$ sea una asíntota vertical de la función f es que el punto a no pertenezca al dominio de la función o bien sea un punto del dominio en el que la función f es discontinua. En este ejemplo podría ser únicamente $x = 1$

```
(%i9) limit(1/(1+exp(1/(1-x))), x, 1, minus);  
(%o9) 0  
(%i10) limit(1/(1+exp(1/(1-x))), x, 1, plus);  
(%o10) 1
```

Ninguno de los límites laterales da infinito

- 4) Obtener las asíntotas horizontales de $f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{1-x}}}$

```
(%i11) limit(1/(1+exp(1/(1-x))), x, inf);  
(%o11) 1/2  
(%i12) limit(1/(1+exp(1/(1-x))), x, -inf);  
(%o12) 1/2
```

$y = 1/2$ es asíntota horizontal por los dos lados

- 5) Obtener las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \log(x^2 + 3x + 2)$; b) $g(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$; c) $h(x) = xe^{1/x}$

a)

$$\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 3x + 2 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (-1, \infty)$$

```
(%i13) load("C:/Documents and Settings/pc/Mis documentos/inecuaciones.mac")$  
(%i14) resolver_inecuac(x^2+3*x+2>0, x);  
(%o14) [[-∞, -2], [-1, ∞]]
```

```
(%i15) limit(log(x^2+3*x+2), x, -2, minus);  
(%o15) -∞  
(%i16) limit(log(x^2+3*x+2), x, -1, plus);  
(%o16) -∞
```

$x = -2$ asíntota vertical por la izquierda y $x = -1$ asíntota vertical por la derecha.

```
(%i17) limit(log(x^2+3*x+2), x, inf);  
(%o17) ∞  
(%i18) limit(log(x^2+3*x+2), x, -inf);  
(%o18) ∞
```

No tiene asíntotas horizontales

```
(%i19) limit(log(x^2+3*x+2)/x, x, inf);  
(%o19) 0  
(%i20) limit(log(x^2+3*x+2)/x, x, -inf);  
(%o20) 0
```

No tiene asíntotas oblicuas

b)

```
(%i21) limit(x^3/(x-2)^2, x, 2, minus);  
(%o21) ∞  
(%i22) limit(x^3/(x-2)^2, x, 2, plus);  
(%o22) ∞
```

$x = 2$ asíntota vertical por la izquierda y por la derecha

```
(%i23) limit(x^3/(x-2)^2, x, inf);  
(%o23) ∞  
(%i24) limit(x^3/(x-2)^2, x, -inf);  
(%o24) -∞
```

No tiene asíntotas horizontales

```
(%i25) limit((x^3/(x-2)^2)/x, x, inf);  
(%o25) 1  
(%i26) limit((x^3/(x-2)^2)-x, x, inf);  
(%o26) 4
```

```
(%i27) limit((x^3/(x-2)^2)/x, x, -inf);  
(%o27) 1  
(%i28) limit((x^3/(x-2)^2)-x, x, -inf);  
(%o28) 4
```

$y = x + 4$ asíntota oblicua por los dos lados

c)

```
(%i29) limit(x*exp(1/x), x, 0, minus);  
(%o29) 0  
(%i30) limit(x*exp(1/x), x, 0, plus);  
(%o30) ∞
```

$x = 0$ asíntota vertical por la derecha

```
(%i31) limit(x*exp(1/x), x, inf);  
(%o31) ∞  
(%i32) limit(x*exp(1/x), x, -inf);  
(%o32) -∞
```

No tiene asíntotas horizontales

```
(%i33) limit((x*exp(1/x))/x, x, inf);  
(%o33) 1  
(%i34) limit((x*exp(1/x))-x, x, inf);  
(%o34) 1
```

$y = x + 1$ asíntota oblicua

