

EXAMEN DE CÁLCULO

GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 25-01-2011

1) De las cuatro equivalencias siguientes decir las que son ciertas y las que no lo son.

- a) $|t-2| \leq 2 \Leftrightarrow t \in [0, 4]$; b) $|t-2| \leq 2 \Leftrightarrow t \leq 0 \text{ ó } t \geq 4$
 c) $|t-2| \leq 2 \Leftrightarrow |2-t| \leq 2$; d) $|t-2| \leq 2 \Leftrightarrow -4 \leq t \leq 4$

(0.5p.)

y utilizar una de ellas para obtener los números reales x que verifican la desigualdad:

$$\left| \frac{x}{x^2 + 1} - 2 \right| \leq 2$$

(1p.)

2) Se considera la función

$$f(x) = \frac{3x+7}{x+2} = 3 + \dots$$

a) Hallar el dominio y la imagen de f . Esbozar la gráfica de f (hipérbola equilátera).

(1.25p)

b) ¿Es f acotada en su dominio? ¿Es f acotada en el intervalo $[-1, 1]$? Razonar las respuestas.

¿Quién es el máximo de $f(x)$ si $x \in [-1, 1]$? ¿Quién es el mínimo de $f(x)$ si $x \in [-1, 1]$?

(1.25p)

c) Determinar g tal que $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x}$. Además de $x = 0$, ¿qué punto $x \notin \text{Dom}(f \circ g)$?

(1.p)

3)

a) Definir función continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ y enunciar el teorema de Rolle.

(1.25p.)

b) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(2x))}{\log(\cos(5x))}$

(1.25p.)

4)

a) Sea $f \in C^n(a, b)$ y $x_0 \in (a, b) / f'(x_0) = f''(x_0) = \dots = f^{(n-1)}(x_0) = 0, f^{(n)}(x_0) \neq 0$.

Enunciar el criterio de la derivada enésima para la determinación de extremos relativos de f .

(1.p)

b) Demostrar que $x = 0$ es un punto crítico de $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + \cos(x)$ ¿Es $f(0) = 2$ un máximo relativo de f ? ¿Es $f(0) = 2$ un mínimo relativo de f ? Razonar las respuestas.

(1.5p.)

Notas.

La duración del examen es de 1h.20 m.

No se puede usar calculadora.

Solamente se puede tener una hoja no grapada que se usa para sucio. Si se termina, romperla y pedir otra.

