

EXAMEN DE CÁLCULO
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 16-12-2010

1)

a) Enunciar el teorema de la sucesión intermedia.

b) Calcular el límite de la sucesión $\{a_n\} = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{n}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$

2) Se considera la sucesión $\{a_n\}$ de números reales definida recurrentemente por:

$$a_1 = 1; \quad a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n} \quad n \geq 1$$

a) Demostrar, por inducción, que $a_n > 1/2 \quad \forall n$.

b) Demostrar, sin aplicar inducción, que $\{a_n\}$ es estrictamente decreciente.

3) Razonar la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si $\{a_n\}$ es una sucesión divergente entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} = +\infty$ ó $\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} = -\infty$.

b) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-4}{n} \right)^n$ no es convergente ya que no verifica la condición necesaria de convergencia.

c) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 \sqrt{n} + 3}$ es convergente y también absolutamente convergente.

4) Hallar el carácter de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{3 \cdot 6 \cdot 9 \dots 3n} \right)^2$$

5) Justificar que la serie siguiente es convergente y obtener su suma.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{7^n}$$

Notas.

La duración del examen es de 1h.40 m.

No se puede usar calculadora.

Solamente se puede tener una hoja no grapada que se usa para sucio. Si se termina, romperla y pedir otra.

