

**EXAMEN DE CÁLCULO**  
**GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 28-10-2010**

1) De las cuatro equivalencias siguientes decir las que son ciertas:

a)  $|t-2| \geq 2 \Leftrightarrow t \in [0, 4]$  ; b)  $|t-2| \geq 2 \Leftrightarrow t \in (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$

c)  $|t-2| \geq 2 \Leftrightarrow t \in [-4, 4]$  ; d)  $|t-2| \geq 2 \Leftrightarrow t \leq 0 \text{ ó } t \geq 4$

y utilizar una de ellas para obtener los números reales  $x$  que verifican la desigualdad:

$$\left| \frac{x-3}{x^2+1} - 2 \right| \geq 2$$

2) Obtener, de manera razonada, el dominio y la imagen de la función

$$f(x) = \frac{1}{-1 + \sqrt{4-x^2}}$$

¿Es acotada superiormente o inferiormente en su dominio? Razonar la respuesta.

3) a) Definir función par, función impar y función inyectiva.

b) Sean  $g(x) = x^2$  con  $x > 0$  y  $f(x) = e^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$ ; definimos la función compuesta  $h(x) = (f \circ g)(x)$ . Obtener la inversa de  $h(x)$ .

4) Aplicar la regla de L'Hopital para calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ . Comprobar que se obtiene lo mismo usando que si  $x \rightarrow 0$  entonces  $\operatorname{sen}(x) \approx x$  y  $1 - \cos(x) \approx x^2/2$ .

5) Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot e^{1/x} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

a) ¿Es  $f$  continua por la izquierda en  $x = 0$ ? Razonar la respuesta.

b) Justificar, sin hacer derivadas, que  $f(0) = -1$  es el mínimo absoluto de la función.

c) Estudiar si  $f$  tiene algún extremo relativo, distinto de  $f(0) = -1$ .

Notas.

Todas las preguntas se puntúan sobre dos puntos.

La duración del examen es de 1h.30 m.

No se puede usar calculadora.

Solamente se puede tener una hoja no grapada que se usa para sucio. Si se termina, romperla y pedir otra.

