

CALCULO
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 12-13
TEMA 1. ACTIVIDADES 1.1 A 1.5

1.1) ¿Para qué valores de $x, y \in \mathbb{R}$ se verifica cada una de las propiedades siguientes:

a) Si $x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$

b) Si $x < y \Rightarrow -x > -y$

c) $|x + y| = |x| + |y|$

d) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

Solución.

a) Si $x > 0$ e $y > 0$ ó $x < 0$ e $y < 0$ ($xy > 0$)

b) $\forall x, y \in \mathbb{R}$

c) Si $x \geq 0$ e $y \geq 0$ ó $x \leq 0$ e $y \leq 0$ ($xy \geq 0$)

d) $\forall x, y \in \mathbb{R}$

1.2) Obtener los números reales x que verifican las desigualdades siguientes:

a) $|x + 3| + |x - 3| < 8$

c) $\left| \frac{4}{x^2 - 1} \right| \leq 2$

b) $\left| \frac{x}{x^2 + 1} \right| \leq 1$

d) $\left| \frac{x - 3}{x - 1} - 3 \right| \geq 2$

Solución.

a) $x \in (-4, 4)$

b) $\forall x \in \mathbb{R}$

c) $x \in (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$

d) $x \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right) \cup (1, +\infty)$

1.3) Sea $f(x) = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2} - 2}$

Obtener el dominio y la imagen de f . ¿Es f acotada en su dominio? Determinar, si existen, el supremo, el máximo, el ínfimo y el mínimo de f en su dominio?

Solución.

$$\text{Dom } f = [-4, 4] - \{\pm 2\sqrt{3}\}$$

$$\text{Im } f = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

f no es acotada en su dominio ya que el conjunto imagen no es acotado ni superiormente ni inferiormente. Por tanto, no existen ni el supremo, ni el máximo, ni el ínfimo, ni el mínimo de f en su dominio.

1.4) Hallar la función inversa de $f(x) = x^2 - x$, $x \in [0.5, \infty)$

Solución.

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+4x}}{2}, \quad x \in \left[-\frac{1}{4}, +\infty\right)$$

1.5) Se considera la función

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} = 2 + \dots$$

a) Hallar el dominio y la imagen de f

b) Esbozar la gráfica de f (hipérbola equilátera) ¿Es f acotada en su dominio? ¿Es f acotada en el intervalo $[2,3]$? Razonar las respuestas.

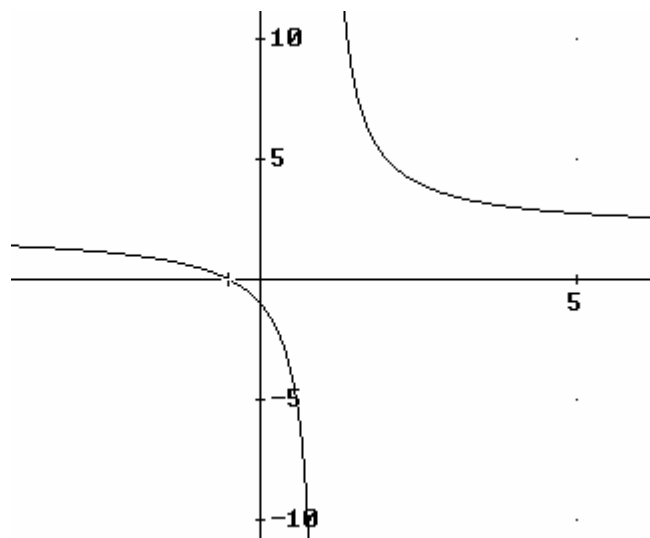
c) ¿Quién es el máximo de $f(x)$ si $x \in [2,3]$? ¿Quién es el mínimo de $f(x)$ si $x \in [2,3]$?

d) ¿Tiene f inversa? En caso afirmativo, obtenerla.

Solución.

a) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1\}$; $\text{Im } f = \mathbb{R} - \{2\}$

b) f no es acotada en su dominio ya que el conjunto imagen no es acotado. f es acotada en el intervalo $[2,3]$ ya que toda función continua en un intervalo cerrado es acotada en ese intervalo.



c) $\max_{x \in [2,3]} f(x) = 5$; $\min_{x \in [2,3]} f(x) = 7/2$

d) f es inyectiva; por tanto tiene inversa.

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2}$$