

CÁLCULO

GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 12-13

PRÁCTICA 4. CALCULO SIMBÓLICO III

Integración.

- **int(f)** : calcula una primitiva de la función **f**.

Ejercicio:

Calcular las siguientes integrales indefinidas.

$$\int \frac{5x^4}{1+x^{10}} dx \quad \int 2^{3x} dx \quad \int \operatorname{tg}(2x) dx \quad \int \frac{1}{x \cdot \log(x)} dx$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx \quad \int x^3 \cdot \log(x) dx \quad \int \frac{x^2 + x + 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 1)} dx$$

```
>> syms x
>> int((5*x^4)/(1+x^10))
      atan(x^5)

>> int(2^(3*x))
      1/3/log(2)*2^(3*x)

>> int(tan(2*x))
      1/4*log(1+tan(2*x)^2)

>> int(1/(x*log(x)))
      log(log(x))

>> int(x^3/sqrt(4-x^2))
      1/3*(x-2)*(x+2)*(8+x^2)/(4-x^2)^(1/2)

>> int(x^3*log(x))
      1/4*x^4*log(x)-1/16*x^4

>> int((x^2+x+2)/((x-1)*(x^2+2*x+1)))
      1/(x+1)+log(x-1)
```

Nota :

En algunos casos, la forma de escribir la primitiva es diferente según se use una versión u otra del Matlab.

- **int(f, a, b)** : calcula la integral definida de **f** en el intervalo **[a , b]**.

Ejercicio:

Calcular las siguientes integrales definidas.

$$\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx \qquad \int_0^1 x \cdot \sqrt{x^2+1} dx$$

```
>> int(sqrt(4-x^2),0,1)
1/2*3^(1/2)+1/3*pi ≈ 1.9132

>> int(x*sqrt(x^2+1),0,1)
-1/3+2/3*2^(1/2) ≈ 0.6095
```

Ejercicio:

Calcular $\int_{-5}^5 \frac{x^5 \cos(x)}{x^8 + 5} dx$

```
>> f=(x^5*cos(x))/(x^8+5)
>> int(f,-5,5)
???
>> f+subs(f,x,-x)
0
>> % f es impar; por tanto la integral es cero.
```

Ejercicio:

Comprobar que la integral $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{x} dx$ no es impropia. Dar un valor aproximado.

```
>> % Veamos que el limite de la función integrando cuando x tiende a cero por la derecha
es finito.

>> f=sin(x)/x
>> limit(f,x,0,'right')
1
>> double(int(sin(x)/x,0,pi/2))
1.3708
```

Ejercicio:

Dar un valor aproximado de las integrales:

$$\int_0^{\pi/4} \sqrt{1+4\sin^2(x)} dx \qquad \int_0^{11.31} \sqrt{1-\frac{3}{4}\sin^2(x)} dx$$

```
>> double(int(sqrt(1+4*sin(x)^2),0,pi/4))
1.0160

>> f=sqrt(1-3*sin(x)^2/4)
>> double(int(f,0,11.31))
8.6419
```

Ejercicio:

Hallar el área encerrada por la curva $y = |x^2 - 5x + 4|$ entre $x = 0$ y $x = 5$. Comprobar que se obtiene el mismo resultado sin usar la función abs y con ayuda de la gráfica.

```
>> f=abs(x^2-5*x+4)
>> int(f,0,5)
49/6
>> g=x^2-5*x+4
>> ezplot(g,[0,5])
>> int(g,0,1)-int(g,1,4)+int(g,4,5)
49/6
```

Ejercicio:

Obtener el área determinada por la curva $y = \frac{2}{1+4x^2}$ y su asíntota horizontal.

```
>> f=2/(1+4*x^2)
>> ezplot(f,[-4,4])
>> limit(f,x,inf),limit(f,x,-inf)
```

>> % La asíntota horizontal es y=0 por los dos lados (eje de abscisas).

```
>> A=int(f,-inf,inf)
A = pi
```

Ejercicio:

Obtener el área encerrada por la elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Ayudarse de la gráfica.

$$y = \pm \frac{2}{3} \sqrt{9 - x^2}, \quad x \in [-3, 3]$$

```
>> f=2*sqrt(9-x^2)/3
>> 4*int(f,0,3)
6*pi
```

Ejercicio:

Hallar el área de la región limitada entre las curvas $y = \frac{1}{x^3 + x}$ e $y = \frac{1}{x^2 - x}$

- a) entre las abscisas $x = 2$ y $x = 3$
- b) para la región dada por $x \geq 3$

a)

```
>> f=1/(x^3+x), g=1/(x^2-x)
>> int(abs(f-g),2,3)
7/2*log(2)-2*log(3) ≈ 0.2288
```

b)

```
>> int(abs(f-g),3,inf)
2*log(3)-3/2*log(2)-1/2*log(5) ≈ 0.3528
```

Ejercicio:

Obtener la longitud del arco de curva $y = \sqrt{x^3}$ desde $x = 0$ hasta $x = 1$.

```
>> f=sqrt(x^3)
>> g=sqrt(1+diff(f)^2)
>> L=int(g,0,1)
L ≈ 1.4397
```

Ejercicio propuesto:

Obtener el área de la región del plano comprendida entre el eje de abscisas y la curva
 $y^2 = 4x^2 - x^4$, $y \geq 0$

Solución: $\frac{16}{3}$

Ejercicio propuesto:

Obtener el área de la región del plano comprendida entre el eje de abscisas y la curva
 $y = \sin(2x)$, $x \in [0, 4\pi]$

Solución: 8

Ejercicio propuesto:

Obtener la longitud del arco de parábola $y = x^2$ desde $x = 0$ hasta $x = 1$.

Solución: ≈ 1.4789