

CALCULO
GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 12-13
EJERCICIOS PROPUESTOS DEL TEMA 4

4.1) Calcular, si existen, los límites dobles en el $(0, 0)$ de las siguientes funciones. En todos ellos se ha de comenzar calculando los límites direccionales a través de rectas y, si es necesario, se ha de calcular también algún límite direccional a través de una curva.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x, y) &= \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad ; \quad \text{b) } f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2} \quad ; \quad \text{c) } f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4} \\ \text{d) } f(x, y) &= \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^6} \quad ; \quad \text{e) } f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad ; \quad \text{f) } f(x, y) = \frac{\sin(x^2 y^2)}{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

4.2) Sea $f(x, y) = \frac{2x^3}{x^2 + y^2}$ si $(x, y) \neq (0, 0)$; $f(0, 0) = 0$

- a) Calcular los límites direccionales de f en el punto $(0, 0)$ mediante rectas y a través de la curva $x = y^2$. ¿Existe el límite doble de f en el $(0, 0)$? Justificar la respuesta.
- b) Obtener, si existen, las derivadas parciales de f en el punto $(0, 0)$: $f_x(0, 0)$, $f_y(0, 0)$.
- c) Obtener $f_x(1, 1)$ y $f_y(1, 1)$.

Definición de derivadas parciales en un punto

$$\begin{aligned} f_x(x_0, y_0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h} \in \mathbb{R} \\ f_y(x_0, y_0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + h) - f(x_0, y_0)}{h} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

4.3) Sea T el conjunto de puntos del plano pertenecientes al triángulo de vértices $(0, 0)$, $(6, 0)$ y $(0, 6)$.

- a) Escribir las condiciones que ha de verificar un punto (x, y) de $\mathbb{R}^2$ para pertenecer al conjunto T .
- b) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x, y) = 4 + 4x + 4y - x^2 - y^2$ definida en T .

4.4) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x, y) = \sin(x) + \cos(y)$ en el cuadrado

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 6\} = [1, 6] \times [1, 6]$$

