

Examen de prácticas de Computación Numérica

Ejercicio 1

Dada la función:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)e^{-x^2}$$

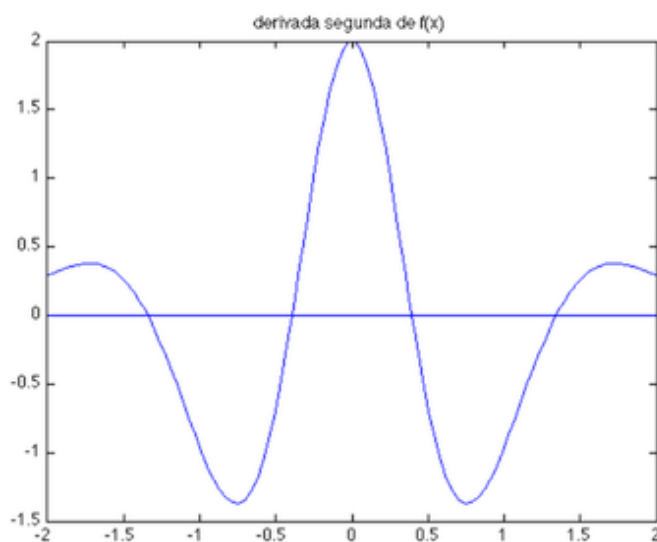
Calcular los puntos de inflexión de f , es decir, las raíces de f'' :

- Dibujar f'' con el eje OX y probar con distintos intervalos para el valor de x , hasta encontrar un intervalo que contenga todas sus raíces.

Definimos f , f' y f'' numéricamente:

```
syms x
f_simbolica=log(x^2+1).*exp(-x^2);
df_simbolica=diff(f_simbolica);
dff_simbolica=diff(df_simbolica);
f=matlabFunction(f_simbolica);
df=matlabFunction(df_simbolica);
dff=matlabFunction(dff_simbolica);
clear x
```

```
figure
a=-2;b=2;
xx=linspace(a,b);
plot(xx,dff(xx))
hold on
plot([a,b],[0,0])
title('derivada segunda de f(x)')
```



- Obtener con un error máximo de 10^{-6} todos los ceros de la función f'' .

```
i1=biseccion(dff,-2,-1,1e-6)
i2=biseccion(dff,-0.5,0,1e-6)
i3=biseccion(dff,0,0.5,1e-6)
i4=biseccion(dff,1,2,1e-6)
```

```

i1 =
-1.3411
i2 =
-0.3930
i3 =
0.3930
i4 =
1.3411

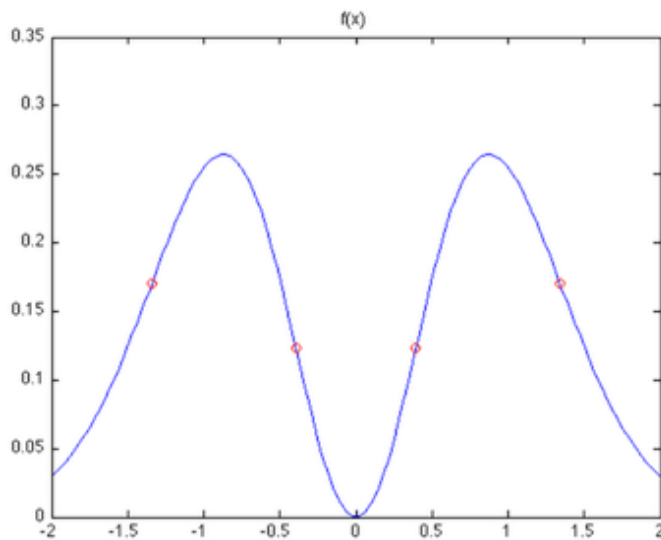
```

- Dibujar f , de forma que contenga todos sus puntos de inflexión. Dibujar los puntos de inflexión sobre la curva $y = f(x)$.

```

figure
plot(xx,f(xx))
hold on
plot([a,b],[0,0])
title('f(x)')
plot([i1,i2,i3,i4],f([i1,i2,i3,i4]),'ro')

```



(Mirar **nota** al final de práctica 3)

Ejercicio 2

Escribir un programa que calcule los coeficientes del polinomio

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_gx^g$$

donde g es el grado del polinomio. El polinomio debe cumplir las condiciones siguientes:

$$P''(x_1) = -1, P''(x_2) = -2, P''(x_3) = -3, P''(x_4) = -4, \dots, P''(x_n) = -n$$

y $a_0 = 0$, $a_1 = 5$.

Utilizar el programa para dibujar el polinomio que cumple las condiciones:

$$P''(1) = -1, P''(2) = -2, P''(3) = -3, P''(4) = -4, P''(5) = -5$$

Por ejemplo, si tenemos 5 puntos tenemos 5 ecuaciones y necesitamos 5 incógnitas y como $a_0 = 0$ y $a_1 = 5$ no son incógnitas el polinomio será

$$P_6(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$$

$$P'_6(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + 5a_5x^4 + 6a_6x^5$$

y

$$P''_6(x) = 2a_2 + 2 \times 3a_3x + 3 \times 4a_4x^2 + 4 \times 5a_5x^3 + 5 \times 6a_6x^4$$

Las ecuaciones serían:

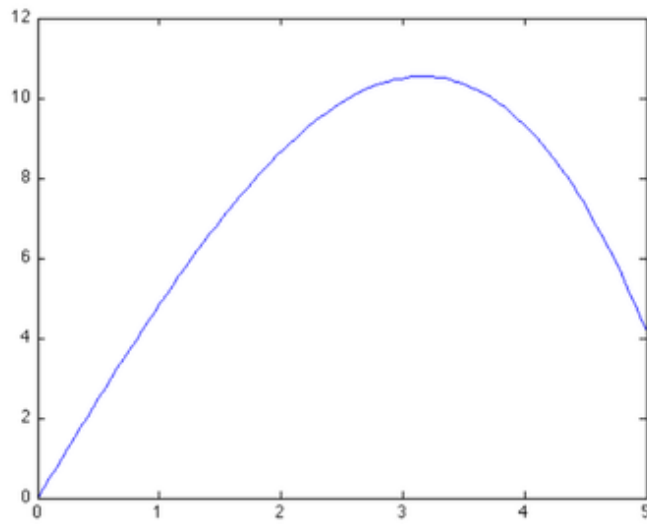
$$\begin{array}{rcl} P''_6(x_1) = -1 & 2a_2 + 2 \times 3a_3x_1 + 3 \times 4a_4x_1^2 + 4 \times 5a_5x_1^3 + 5 \times 6a_6x_1^4 = & -1 \\ P''_6(x_2) = -2 & 2a_2 + 2 \times 3a_3x_2 + 3 \times 4a_4x_2^2 + 4 \times 5a_5x_2^3 + 5 \times 6a_6x_2^4 = & -2 \\ P''_6(x_3) = -3 & 2a_2 + 2 \times 3a_3x_3 + 3 \times 4a_4x_3^2 + 4 \times 5a_5x_3^3 + 5 \times 6a_6x_3^4 = & -3 \\ P''_6(x_4) = -4 & 2a_2 + 2 \times 3a_3x_4 + 3 \times 4a_4x_4^2 + 4 \times 5a_5x_4^3 + 5 \times 6a_6x_4^4 = & -4 \\ P''_6(x_5) = -5 & 2a_2 + 2 \times 3a_3x_5 + 3 \times 4a_4x_5^2 + 4 \times 5a_5x_5^3 + 5 \times 6a_6x_5^4 = & -5 \end{array}$$

Y el sistema a resolver es:

$$\begin{pmatrix} 1 \times 2 & 2 \times 3 \times x_1 & 3 \times 4 \times x_1^2 & 4 \times 5 \times x_1^3 & 5 \times 6 \times x_1^4 \\ 1 \times 2 & 2 \times 3 \times x_2 & 3 \times 4 \times x_2^2 & 4 \times 5 \times x_2^3 & 5 \times 6 \times x_2^4 \\ 1 \times 2 & 2 \times 3 \times x_3 & 3 \times 4 \times x_3^2 & 4 \times 5 \times x_3^3 & 5 \times 6 \times x_3^4 \\ 1 \times 2 & 2 \times 3 \times x_4 & 3 \times 4 \times x_4^2 & 4 \times 5 \times x_4^3 & 5 \times 6 \times x_4^4 \\ 1 \times 2 & 2 \times 3 \times x_5 & 3 \times 4 \times x_5^2 & 4 \times 5 \times x_5^3 & 5 \times 6 \times x_5^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

```
clear
close all
clc
%
n=5;
% Definimos los nodos
x=1:n;
y=-1*(1:n);
% Calculamos la matriz de coeficientes
V=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        V(i,j)=j*(j+1)*x(i)^(j-1);
    end
end
% Resolvemos el sistema
a=V\y';
aa=a';
% Añadimos a0 y a1
P=[aa(end:-1:1) 5 0]
% Dibujamos el polinomio
xx=linspace(0,n);
yy=polyval(P,xx);
plot(xx,yy)
```

```
P =
0      0      0    -0.1667      0     5.0000      0
```



Nota: si P es tu polinomio solución con los coeficientes ordenados de mayor a menor grado

```
der1=polyder(P); % calcula la derivada del polinomio P
der2=polyder(der1); % calcula la segunda derivada del polinomio P
polyval(der2,1:5)
```

```
ans =
    -1    -2    -3    -4    -5
```