

Examen de prácticas de Computación Numérica

Ejercicio 1

Dada la función:

$$f(x) = x^3 + \ln(x+7) \sin(4x) - 1$$

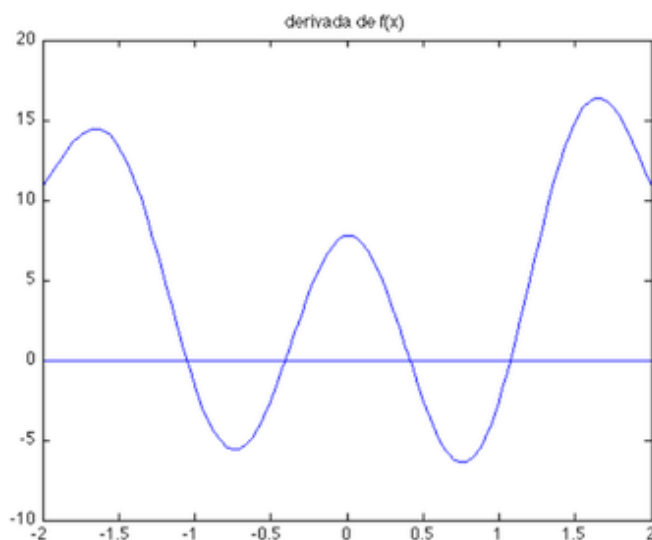
- Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de f , es decir, las raíces de f' .

Definimos f , f' y f'' numéricamente:

```
syms x
f_simbolica=x^3+(log(x+7))*sin(4*x)-1;
df_simbolica=diff(f_simbolica);
dff_simbolica=diff(df_simbolica);
f=matlabFunction(f_simbolica);
df=matlabFunction(df_simbolica);
dff=matlabFunction(dff_simbolica);
clear x
```

- Dibujar f' con el eje OX y probar con distintos intervalos para el valor de x , hasta encontrar un intervalo que contenga todas sus raíces.

```
figure
a=-2;b=2;
xx=linspace(a,b);
plot(xx,df(xx))
hold on
plot([a,b],[0,0])
title('derivada de f(x)')
```



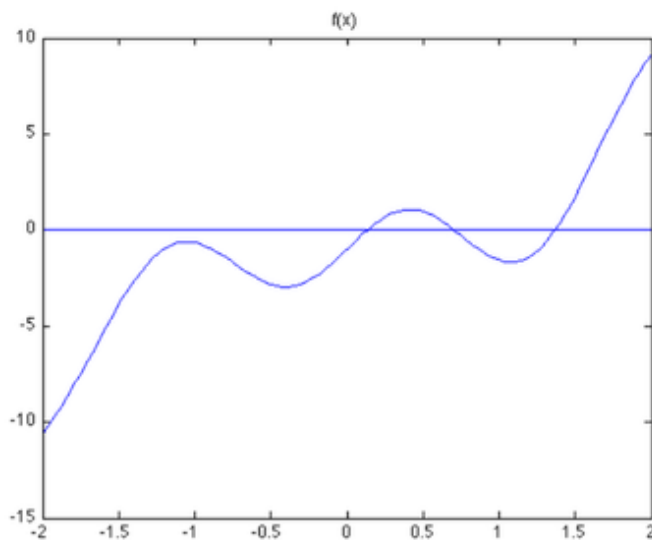
- Obtener con un error máximo de 10^{-6} todos los ceros de la función f' .

```
e1=biseccion(df,-1.5,-0.8,1e-6)
e2=biseccion(df,-0.8,-0.2,1e-6)
e3=biseccion(df,0.3,0.8,1e-6)
e4=biseccion(df,0.8,1.5,1e-6)
```

```
e1 =
-1.0514
e2 =
-0.4039
e3 =
0.4129
e4 =
1.0749
```

- Dibujar f , de forma que contenga todos sus extremos relativos y, mirando la gráfica, decidir cuales de los puntos anteriores son máximos y cuales mínimos.

```
figure
plot(xx,f(xx))
hold on
plot([a,b],[0,0])
title('f(x)')
```



e1 y e3 son máximos. e2 y e4 son mínimos.

- Comprobar que las derivadas segundas de f en los máximos son negativas y en los mínimos positivas.

```
dff_e1=dff(e1)
dff_e2=dff(e2)
dff_e3=dff(e3)
dff_e4=dff(e4)
```

```
dff_e1 =
-31.9280
dff_e2 =
27.6986
dff_e3 =
-29.5751
dff_e4 =
36.6772
```

(Mirar **nota** al final de práctica 3)

Ejercicio 2

Escribir un programa que calcule los coeficientes del polinomio

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_gx^g$$

donde g es el grado del polinomio. El polinomio debe cumplir las condiciones siguientes:

$$P'(x_1) = -1, P'(x_2) = 1, P'(x_3) = -1, P'(x_4) = 1, \dots, P'(x_n) = (-1)^n$$

y $a_0 = 0$.

Utilizar el programa para dibujar el polinomio que cumple las condiciones:

$$P'(1) = -1, P'(2) = 1, P'(3) = -1, P'(4) = 1, P'(5) = -1$$

Por ejemplo, si tenemos 5 puntos tenemos 5 ecuaciones y necesitamos 5 incógnitas y $a_0 = 0$ por lo que no es una incógnita. El polinomio será

$$P_5(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$$

y

$$P'_5(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + 5a_5x^4$$

Las ecuaciones serían:

$P'_5(x_1) =$	-1	$a_1 + 2a_2x_1 + 3a_3x_1^2 + 4a_4x_1^3 + 5a_5x_1^4 =$	-1
$P'_5(x_2) =$	1	$a_1 + 2a_2x_2 + 3a_3x_2^2 + 4a_4x_2^3 + 5a_5x_2^4 =$	1
$P'_5(x_3) =$	-1	$a_1 + 2a_2x_3 + 3a_3x_3^2 + 4a_4x_3^3 + 5a_5x_3^4 =$	-1
$P'_5(x_4) =$	1	$a_1 + 2a_2x_4 + 3a_3x_4^2 + 4a_4x_4^3 + 5a_5x_4^4 =$	1
$P'_5(x_5) =$	-1	$a_1 + 2a_2x_5 + 3a_3x_5^2 + 4a_4x_5^3 + 5a_5x_5^4 =$	-1

Y el sistema a resolver es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2x_1 & 3x_1^2 & 4x_1^3 & 5x_1^4 \\ 1 & 2x_2 & 3x_2^2 & 4x_2^3 & 5x_2^4 \\ 1 & 2x_3 & 3x_3^2 & 4x_3^3 & 5x_3^4 \\ 1 & 2x_4 & 3x_4^2 & 4x_4^3 & 5x_4^4 \\ 1 & 2x_5 & 3x_5^2 & 4x_5^3 & 5x_5^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

```
clear
close all
clc
%
g=5;
% Definimos los nodos
x=1:g;
y=(-1).^(1:g);
% Calculamos la matriz de coeficientes
V=zeros(g,g);
for i=1:g
    for j=1:g
        V(i,j)=j*x(i)^(j-1);
    end
end
% Resolvemos el sistema
```

```

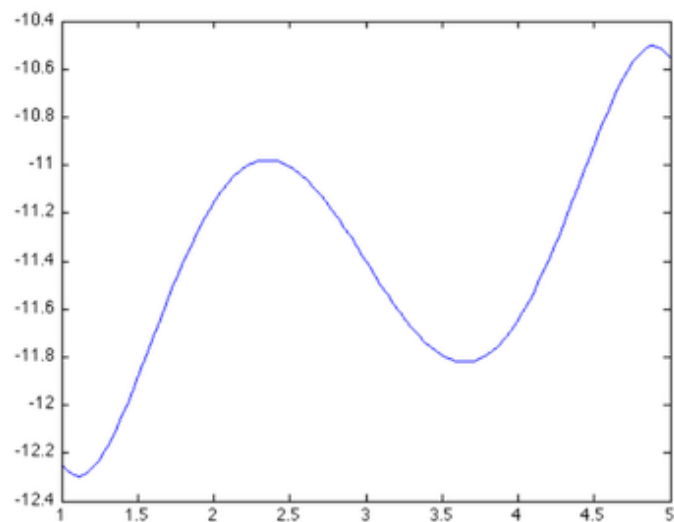
a=V\y';
aa=a';
% Añadimos a0
P=[aa(end:-1:1) 0]
% Dibujamos el polinomio
xx=linspace(1,g);
yy=polyval(P,xx);
plot(xx,yy)

```

```

P =
-0.1333    2.0000   -11.1111   28.0000  -31.0000         0

```



Nota: si P es tu polinomio solución con los coeficientes ordenados de mayor a menor grado

```

der=polyder(P); % calcula la derivada del polinomio P
polyval(der,1:5)

```

```

ans =
-1.0000    1.0000   -1.0000    1.0000   -1.0000

```