

Tema 3B

Aproximación

1. Dada la función $f(x) = x^4$ en $[-1, 1]$ calcular la parábola que aproxima de forma continua a la función:
 - (a) Utilizando la base de polinomios $\{1, x, x^2\}$.
 - (b) Utilizando la base de polinomios ortogonales $\{1, x, 1 - 3x^2\}$. Comprobar que los polinomios son ortogonales.
 - (c) Aproximar el valor en el punto $x = 0.5$ y calcular el error relativo y absoluto al usar el polinomio de aproximación en lugar de la función.
(sol: $P(x) = -0.086 + 0.86x^2$, $f(0.5) \approx 0.129$)
2. Dados los puntos $x_1 = -1$, $x_2 = -0.5$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0.5$ y $x_5 = 1$ de la función $f(x) = x^4$ calcular la parábola que aproxima los puntos de la función:
 - (a) Utilizando la base de polinomios $\{1, x, x^2\}$.
 - (b) Utilizando la base de polinomios ortogonales $\{1, x, x^2 - \frac{1}{2}\}$. Comprobar que los polinomios son ortogonales.
 - (c) Aproximar el valor en el punto $x = 0.5$ y calcular el error relativo y absoluto al usar el polinomio de aproximación en lugar de la función.
(sol: $P(x) = -0.129 + 1.107x^2$, $f(0.5) \approx 0.148$)
3. Un vehículo que se mueve supuestamente con velocidad constante parte en el instante inicial del punto al que se cuenta la distancia. Los datos de las medidas del tiempo en cinco posiciones separadas 900 m son las siguientes:

tiempo (s)	0	17.6	40.4	67.7	90.1
posición (m)	0	650	1500	2500	3300

Calcular su velocidad.
(sol: $v = 36.8\text{m/s}$)
4. Calcular el desarrollo de Fourier usando la base $\{1, \cos x, \sin x\}$ para la función f de periodo 2π que en el intervalo $[0, 2\pi]$ vale $f(x) = (x - \pi)^2$.
(sol: $\tilde{f}(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4 \cos x$)