

**EXAMEN DE CÁLCULO.**  
**GRADO EN INGEN. INFORM. DEL SOFTWARE. 29-06-2012**

1) Hallar el dominio de  $g(x) = \log(x^2 + x - 2)$  y sus asíntotas verticales (por la izquierda y/o por la derecha) ¿tiene  $g$  asíntotas horizontales? Razonar las respuestas. (1p.)

2) Definir derivadas laterales de una función  $f$  en un punto  $c$ . Aplicar la definición para estudiar si

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} + x + 1 & \text{si } x \geq -1 \\ e^{-x} - x - 1 & \text{si } x \leq -1 \end{cases}$$

es derivable por la izquierda en  $c = -1$ .

(1.25p.)

3)

a) Enunciar el teorema del valor medio de Lagrange ¿Se puede obtener el teorema de Rolle a partir del teorema del valor medio? Justificar la respuesta. (0.5p.)

b) Sea  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1} + 1$ . ¿Cuántos extremos relativos tiene  $f$  en su dominio? Obtener el máximo y el mínimo absoluto de  $f$  en el intervalo  $[-1, 1]$  ?

(1p.)

4) Calcular  $\int \frac{dx}{x(x-1)}$

(0.75p.)

5) Calcular el área determinada por la curva  $y = \frac{x^3}{\sqrt{16-x^2}}$ , las rectas  $x=0$  y  $x=2$  y el eje de abscisas (usando la fórmula del cambio de variable en la integral definida).

(1.5p.)

6)

a) Definir cuando una sucesión  $\{a_n\}$  de números reales es acotada inferiormente y cuando es divergente. (0.5p.)

b) Razonar si la sucesión  $\{a_n\} = (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n^2 + n + 1}}{2n - 1}$  es convergente, divergente u oscilante.

(0.75p.)

7) ¿Para qué valores de  $a$  la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a^n$  es convergente? Justificar que la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{4}\right)^n$  es convergente y obtener su suma.

(0.75p.)

8) Estudiar el carácter de la serie:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2/3}}{n^2 + 1}$

(0.75p.)

9) Sea  $f(x, y) = \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^6}$ . Calcular los límites direccionales de  $f$  en el punto  $(0, 0)$  mediante rectas y a través de la curva  $x = y^2$ . Comprobar que no existe el límite doble de  $f$  en el punto  $(0, 0)$ .

(1.25p.)

---

$$\text{sen}(\pi/6) = 1/2 \quad ; \quad \text{sen}(\pi/3) = \sqrt{3}/2 \quad ; \quad \text{sen}(\pi/4) = 1/\sqrt{2} \quad ; \quad \cos(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

