

Tema 6

Optimización

1. Aproximar el mínimo de la función $f(x, y) = 2x^2 + y^2$. Utilizar el punto (1,1) como punto inicial.
 - a) Utilizar el método del gradiente. Realizar dos iteraciones.
(sol: $(x_1, y_1) = (-1/9, 4/9)$, $(x_2, y_2) = (2/27, 2/27)$)
 - b) Utilizar el método de Newton. Realizar una iteración.
(sol: $(x_1, y_1) = (0, 0)$)
2. Usando el método del gradiente, aproximar el mínimo de la función $f(x, y) = \ln(1 + 2x^2 + y^2)$. Utilizar el punto (-1,1) como punto inicial. Realizar dos iteraciones.
(sol: $(x_1, y_1) = (1/9, 4/9)$, $(x_2, y_2) = (-2/27, 2/27)$)
3. Aproximar el mínimo de la función $f(x, y) = e^{1+2x^2+y^2}$. Utilizar el punto (1,1) como punto inicial utilizando el método de Newton. Realizar dos iteraciones.
(sol: $(x_1, y_1) = (6/7, 6/7)$, $(x_2, y_2) = (1296/1855, 1296/1855) = (0,698652, 0,698652)$)
4. Maximizar la función $f(x, y) = 2x + 2y$ con las restricciones
$$\begin{aligned}2x + y &\leq 14 \\x + 3y &\leq 17 \\x, y &\geq 0\end{aligned}$$
(sol: $Max = 18$, $x = 5$, $y = 4$)
5. Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea desea ofertar, a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T (turista) y P (primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 euros, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 euros. El número de plazas tipo T no puede exceder de 4500 y el del tipo P , 1000. Calcular cuántas tienen que ofertarse de cada clase para que las ganancias sean máximas.
(sol: $Beneficio = 160000$, $T = 4000$, $P = 1000$)

6. Una empresa tiene 2 plantas de producción, P_1 y P_2 , de cierto artículo que vende en 3 ciudades C_1 , C_2 y C_3 . En P_1 produce 5000 unidades y en P_2 7000 unidades. De estas 12000 unidades las vende así: 3500 en C_1 , 4000 en C_2 y 4500 en C_3 . Los costes de transporte, en euros, por unidad de producto, desde las plantas de producción a las ciudades son:

Envíos	Hasta C_1	Hasta C_2	Hasta C_3
Desde P_1	3	2.5	3.5
Desde P_2	2.25	3.75	4

Determinar el número de artículos que debe enviar la empresa desde cada planta a cada ciudad para que los costes de transporte sean mínimos.

(sol: $Coste = 35375$)

7. Una fábrica de muebles fabrica dos tipos de sillones, S_1 y S_2 . La fábrica cuenta con dos secciones: carpintería y tapicería. Hacer un sillón de tipo S_1 requiere 1 hora de carpintería y 2 de tapicería, mientras que uno de tipo S_2 requiere 3 horas de carpintería y 1 de tapicería. El personal de tapicería trabaja un total de 80 horas y el de carpintería 90. Las ganancias por las ventas de S_1 y S_2 , por unidad, son, respectivamente 50 y 30 euros. Calcular cuántos sillones de cada tipo hay que hacer para maximizar ganancias.

(sol: $Ganancias = 2100$, $S_1 = 30$, $S_2 = 20$)

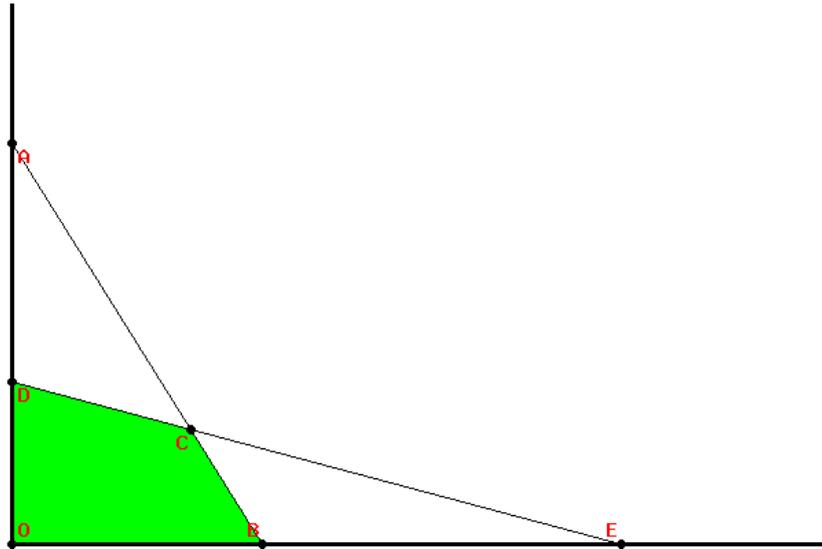
Ejercicio 4

MAXIMIZAR: $2 X + 2 Y$

$$2 X + Y \leq 14$$

$$X + 3 Y \leq 17$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor
O	0	0	0
A	0	14	28
B	7	0	14
C	5	4	18
D	0	5.66666666666667	11.3333333333333
E	17	0	34

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.
 En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Ejercicio 5

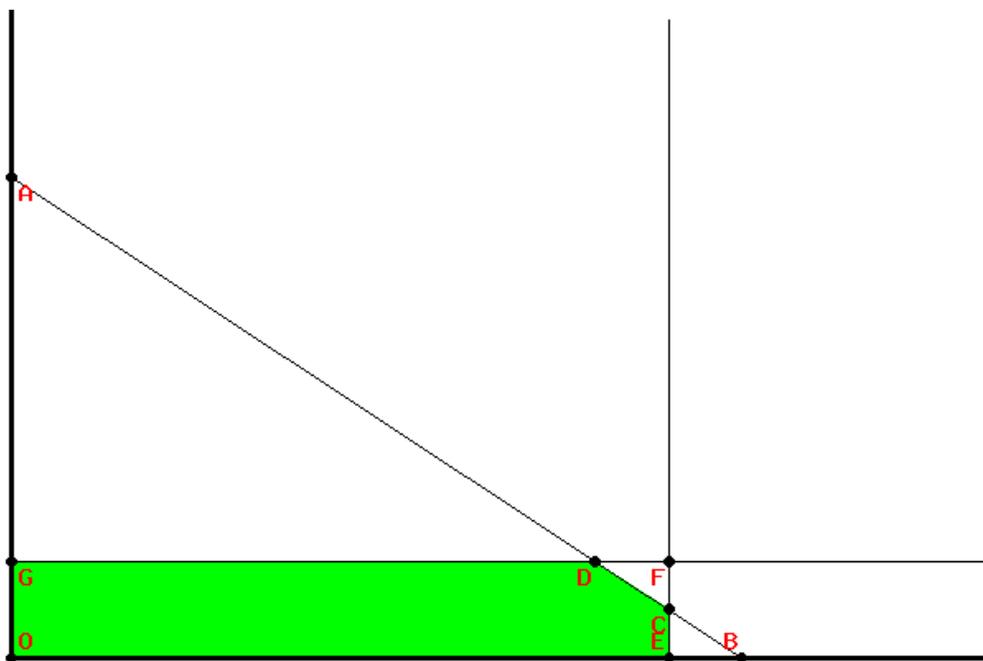
MAXIMIZAR: $30 X + 40 Y$

$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 4500$$

$$Y \leq 1000$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	5000	200000
B	5000	0	150000
C	4500	500	155000
D	4000	1000	160000
E	4500	0	135000
F	4500	1000	175000
G	0	1000	40000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.

En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Ejercicio 6

Costes por unidad	Hasta C ₁	Hasta C ₂	Hasta C ₃
Desde P ₁	3	2.5	3.5
Desde P ₂	2.25	3.75	4

Unidades	Hasta C ₁	Hasta C ₂	Hasta C ₃	Σ
Desde P ₁	X	Y	5000-X-Y	5000
Desde P ₂	3500-X	4000-Y	X+Y-500	7000
Σ	3500	4000	4500	12000

Coste

$$3X + 2.5Y + 3.5(5000 - X - Y) + 2.25(3500 - X) + 3.75(4000 - Y) + 4(X + Y - 500) = \\ = 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

Constricciones

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

$$5000 - X - Y \geq 0$$

$$3500 - X \geq 0$$

$$4000 - Y \geq 0$$

$$X + Y - 500 \geq 0$$

$$\text{MINIMIZAR: } 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

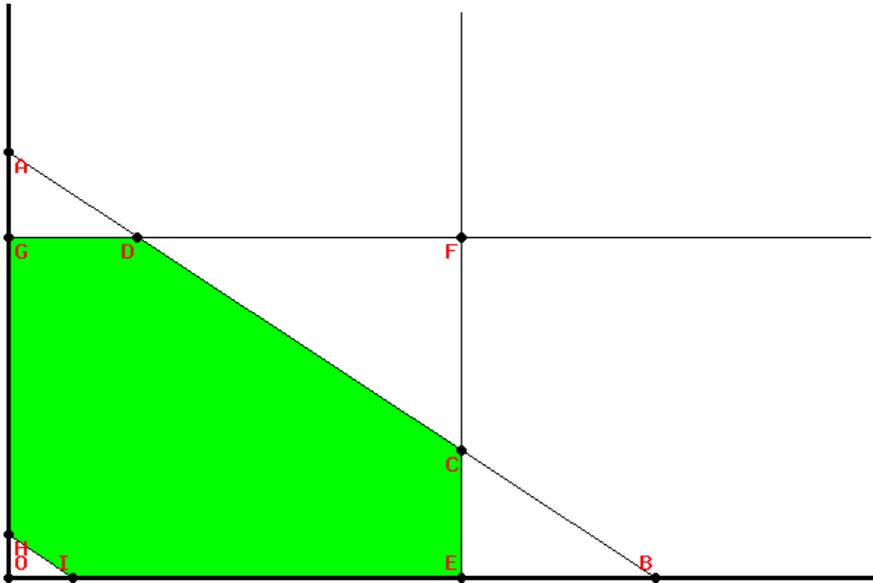
$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 3500$$

$$Y \leq 4000$$

$$X + Y \geq 500$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	38375
A	0	5000	34625
B	5000	0	44625
C	3500	1500	41625
D	1000	4000	36625
E	3500	0	42750
F	3500	4000	39750
G	0	4000	35375
H	0	500	38000
I	500	0	39000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.
 En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Unidades	Hasta C ₁	Hasta C ₂	Hasta C ₃	Σ
Desde P ₁	0	4000	1000	5000
Desde P ₂	3500	0	3500	7000
Σ	3500	4000	4500	12000

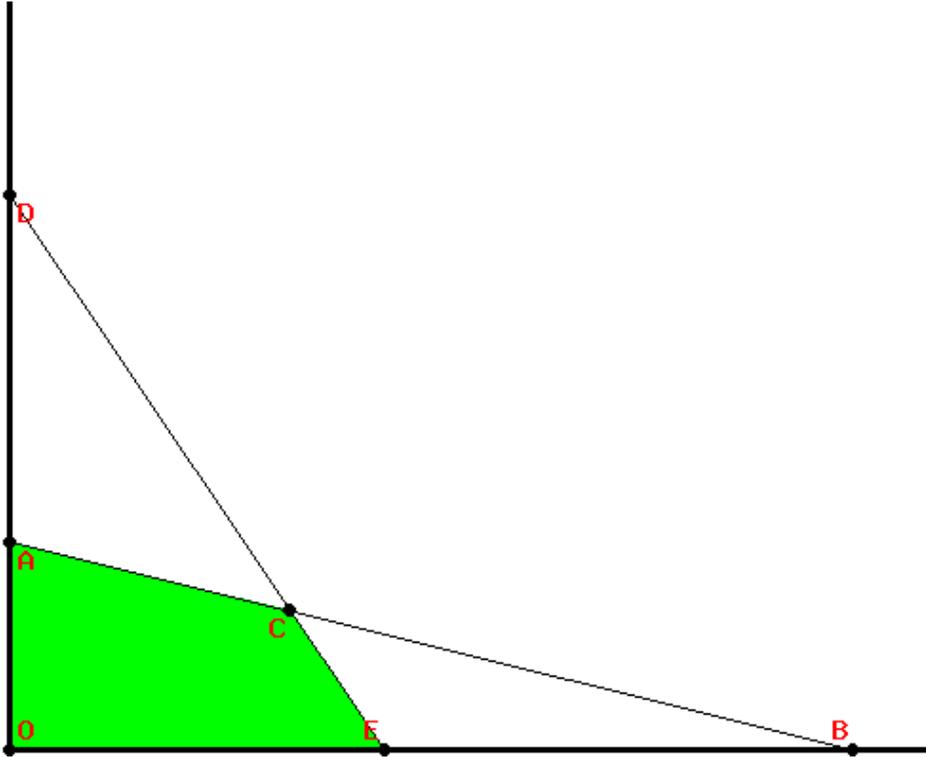
Ejercicio 7

MAXIMIZAR: $50 X + 30 Y$

$$X + 3 Y \leq 90$$

$$2 X + Y \leq 80$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	30	900
B	90	0	4500
C	30	20	2100
D	0	80	2400
E	40	0	2000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.
En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

6. Una empresa tiene 2 plantas de producción, P_1 y P_2 , de cierto artículo que vende en 3 ciudades C_1 , C_2 y C_3 . En P_1 produce 5000 unidades y en P_2 7000 unidades. De estas 12000 unidades las vende así: 3500 en C_1 , 4000 en C_2 y 4500 en C_3 . Los costes de transporte, en euros, por unidad de producto, desde las plantas de producción a las ciudades son:

Envíos	Hasta C_1	Hasta C_2	Hasta C_3
Desde P_1	3	2.5	3.5
Desde P_2	2.25	3.75	4

Determinar el número de artículos que debe enviar la empresa desde cada planta a cada ciudad para que los costes de transporte sean mínimos.

(sol: $Coste = 35375$)

7. Una fábrica de muebles fabrica dos tipos de sillones, S_1 y S_2 . La fábrica cuenta con dos secciones: carpintería y tapicería. Hacer un sillón de tipo S_1 requiere 1 hora de carpintería y 2 de tapicería, mientras que uno de tipo S_2 requiere 3 horas de carpintería y 1 de tapicería. El personal de tapicería trabaja un total de 80 horas y el de carpintería 90. Las ganancias por las ventas de S_1 y S_2 , por unidad, son, respectivamente 50 y 30 euros. Calcular cuántos sillones de cada tipo hay que hacer para maximizar ganancias.

(sol: $Ganancias = 2100$, $S_1 = 30$, $S_2 = 20$)

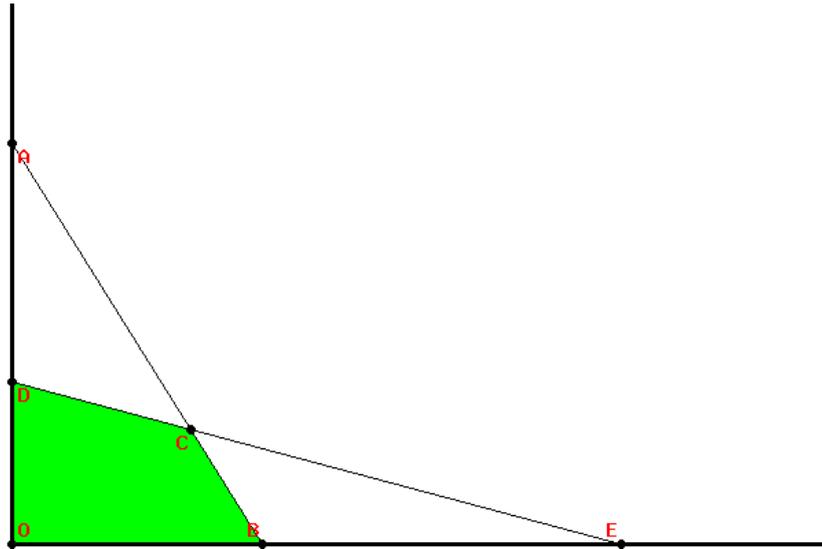
Ejercicio 4

MAXIMIZAR: $2 X + 2 Y$

$$2 X + Y \leq 14$$

$$X + 3 Y \leq 17$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor
O	0	0	0
A	0	14	28
B	7	0	14
C	5	4	18
D	0	5.66666666666667	11.3333333333333
E	17	0	34

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.
 En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Ejercicio 5

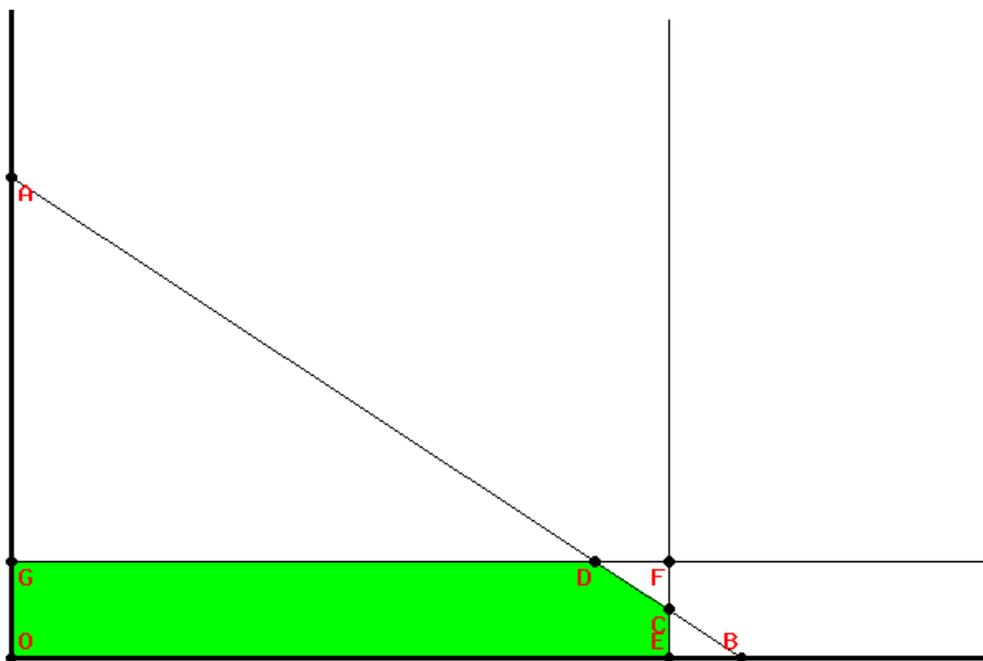
MAXIMIZAR: $30X + 40Y$

$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 4500$$

$$Y \leq 1000$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	5000	200000
B	5000	0	150000
C	4500	500	155000
D	4000	1000	160000
E	4500	0	135000
F	4500	1000	175000
G	0	1000	40000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.

En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Ejercicio 6

Costes por unidad	Hasta C ₁	Hasta C ₂	Hasta C ₃
Desde P ₁	3	2.5	3.5
Desde P ₂	2.25	3.75	4

Unidades	Hasta C ₁	Hasta C ₂	Hasta C ₃	Σ
Desde P ₁	X	Y	5000-X-Y	5000
Desde P ₂	3500-X	4000-Y	X+Y-500	7000
Σ	3500	4000	4500	12000

Coste

$$3X + 2.5Y + 3.5(5000 - X - Y) + 2.25(3500 - X) + 3.75(4000 - Y) + 4(X + Y - 500) = \\ = 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

Constricciones

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

$$5000 - X - Y \geq 0$$

$$3500 - X \geq 0$$

$$4000 - Y \geq 0$$

$$X + Y - 500 \geq 0$$

$$\text{MINIMIZAR: } 38375 + 1.25X - 0.75Y$$

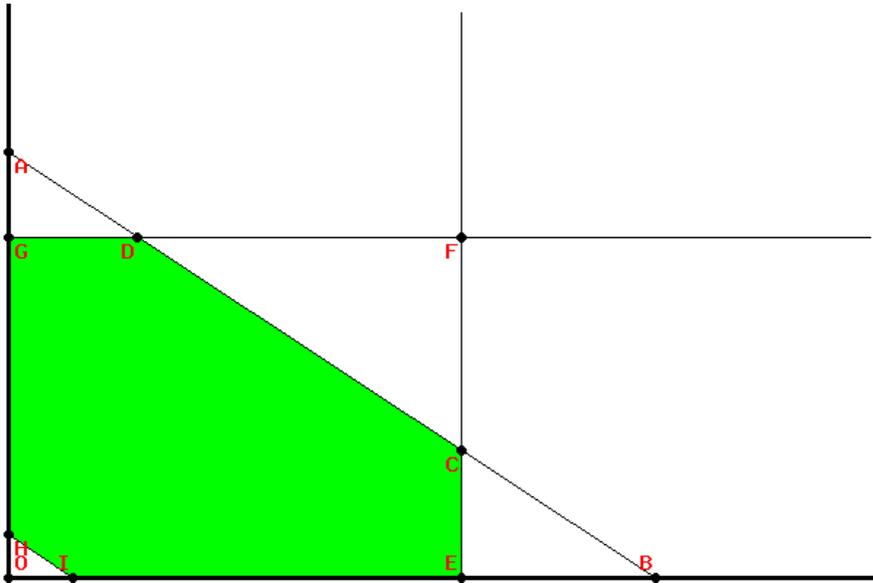
$$X + Y \leq 5000$$

$$X \leq 3500$$

$$Y \leq 4000$$

$$X + Y \geq 500$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	38375
A	0	5000	34625
B	5000	0	44625
C	3500	1500	41625
D	1000	4000	36625
E	3500	0	42750
F	3500	4000	39750
G	0	4000	35375
H	0	500	38000
I	500	0	39000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.
 En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.

Unidades	Hasta C ₁	Hasta C ₂	Hasta C ₃	Σ
Desde P ₁	0	4000	1000	5000
Desde P ₂	3500	0	3500	7000
Σ	3500	4000	4500	12000

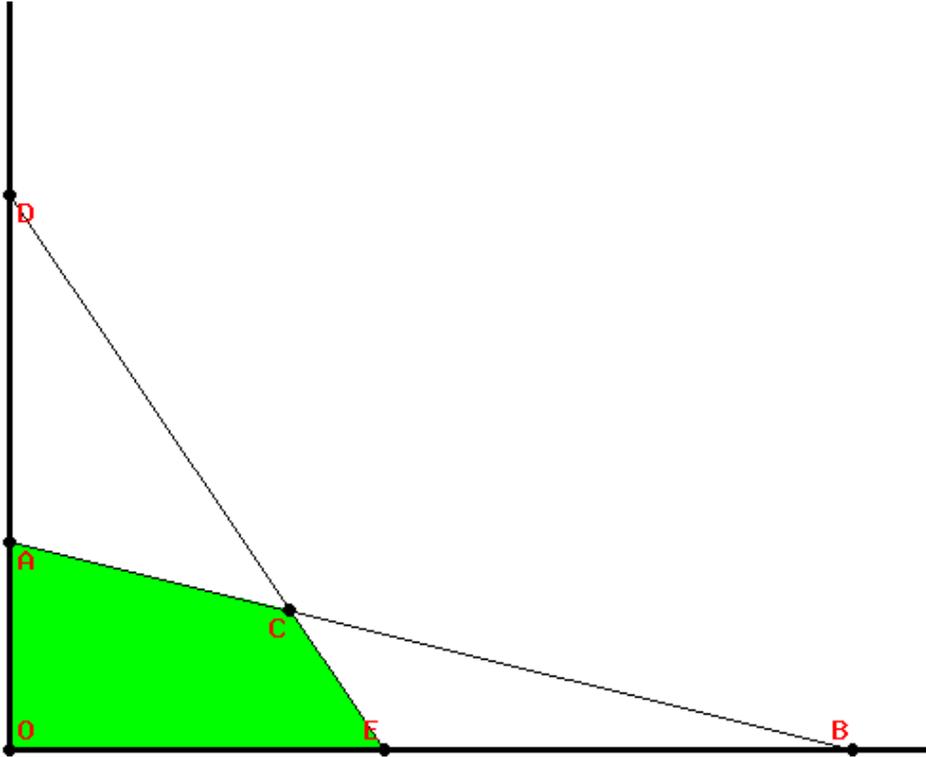
Ejercicio 7

MAXIMIZAR: $50 X + 30 Y$

$$X + 3 Y \leq 90$$

$$2 X + Y \leq 80$$

$$X, Y \geq 0$$



Punto	Coordenada X	Coordenada Y	Valor F
O	0	0	0
A	0	30	900
B	90	0	4500
C	30	20	2100
D	0	80	2400
E	40	0	2000

En color verde los puntos en los que se encuentra la solución.
En color rojo los puntos que no pertenecen a la región factible.