

23 DE JUNIO DE 2020

Apellidos	Nombre	D.N.I.

Tiempo: 3 horas

- Justifique todas las respuestas.
- El único material permitido son las tablas de la asignatura.
- Responda a cada ejercicio en una hoja diferente

Cuestión 1 (3,5 puntos)

Un circuito RLC en serie viene caracterizado por la siguiente ecuación diferencial:

$$i''(t) + \frac{R}{L}i'(t) + \frac{1}{LC}i(t) = \frac{1}{L}v'(t)$$

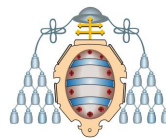
y asumiendo la condición de reposo. La señal $v(t)$ que es controlable por una fuente y puede considerarse la entrada del sistema.

1. Calcule la función de transferencia mediante la transformada de Laplace. **(0.25p)**
2. Para el caso $R = 3$, $L = 1$ y $C = \frac{1}{2}$, calcule las posibles respuestas al impulso compatibles con la ecuación diferencial. ¿Cuál de ellas modelaría al sistema bajo análisis? **(0.75p)**
3. Si se define $\alpha = \frac{R}{2L}$ y $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Estudie la estabilidad del sistema para el caso $\alpha < \omega_0$ y $\alpha = \omega_0$. **(1p)**
4. Para el caso $R = 4$, $L = 1$ y $C = \frac{1}{4}$, suponiendo que se aplica una tensión de manera súbita $v(t) = u(t)$, calcule la salida del sistema. **(0.75p)**
5. Para el caso en el que se aplica una tensión en régimen senoidal permanente $v(t) = \cos(\omega_1 t)$ con $\omega_1 \neq \omega_0$, calcule la salida del sistema cuando $\alpha = \omega_0$. **(0.75p)**

Cuestión 2 (2 puntos)

Calcule las siguientes operaciones y simplifíquelas lo máximo posible:

1. Calcule la convolución: $c(x) = f(x) * g(x)$ siendo $f(x) = \sin(\pi x)\Pi\left(\frac{x-1}{2}\right)$ y $g(x) = \Pi\left(\frac{x-2}{2}\right)$ **(0.5p)**
2. Calcule la convolución: $c(x) = \left(\frac{d^2 f(x)}{dx^2}\right) * g(x)$ siendo $f(x) = \Pi\left(\frac{2x-1}{2}\right)$ y $g(x) = e^{3x}$ **(0.5p)**
3. Calcule la energía de la señal $c(n) = x(n) * y(n)$ siendo $x(n) = \Pi_5(n-2)$ y $y(n) = \Pi_5(n-4) + \Pi_5(n-11)$ **(0.5p)**
4. Calcule la energía de la señal $c(x) = f(x) * g(x)$ siendo $f(x) = 6\text{sinc}(3x)$ y $g(x) = \frac{2}{\pi}\text{sinc}^2(2x)$ **(0.5p)**



Cuestión 3 (1,5 puntos)

La convolución de señales discretas cumple siempre las propiedades conmutativa y distributiva con respecto a la suma. Sin embargo, la propiedad asociativa, requiere de condiciones adicionales que no siempre se cumplen.

1. Muestre que, para señales de buen comportamiento, se cumple que: **(0.5p)**

$$x(n) * (y(n) * z(n)) = (x(n) * y(n)) * z(n)$$

2. Dadas $x(n) = u(n)$, $y(n) = \delta(n) - \delta(n-1)$ y $z(n) = A$, calcule $c_1(n) = [x(n) * y(n)] * z(n)$ y $c_2(n) = x(n) * [y(n) * z(n)]$. ¿Se cumple la propiedad asociativa en este caso? **(0.5p)**
3. Dadas $x(n) = \delta(n) - a\delta(n-1)$, $y(n) = a^n u(n)$, $|a| < 1$, y $z(n) = e^{j8n}$, calcule $c_1(n) = [x(n) * y(n)] * z(n)$ y $c_2(n) = x(n) * [y(n) * z(n)]$. ¿Se cumple la propiedad asociativa en este caso? **(0.5p)**

Identidades trigonométricas de (posible) interés

$$\sin(x \pm y) = \sin(x) \cos(y) \pm \cos(x) \sin(y)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x) \cos(y) \mp \sin(x) \sin(y)$$

$$\sin(x) \sin(y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$$

$$\cos(x) \cos(y) = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$$

$$\sin(x) \cos(y) = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$$